

(離散的)  
フーリエ解析とデジタル信号処理  
flipstory.ppt  
V.1.00 14Slides

明治大学工学部情報科学科  
2015- Computer Science A  
Renji Mikami  
Flips2015.pptx

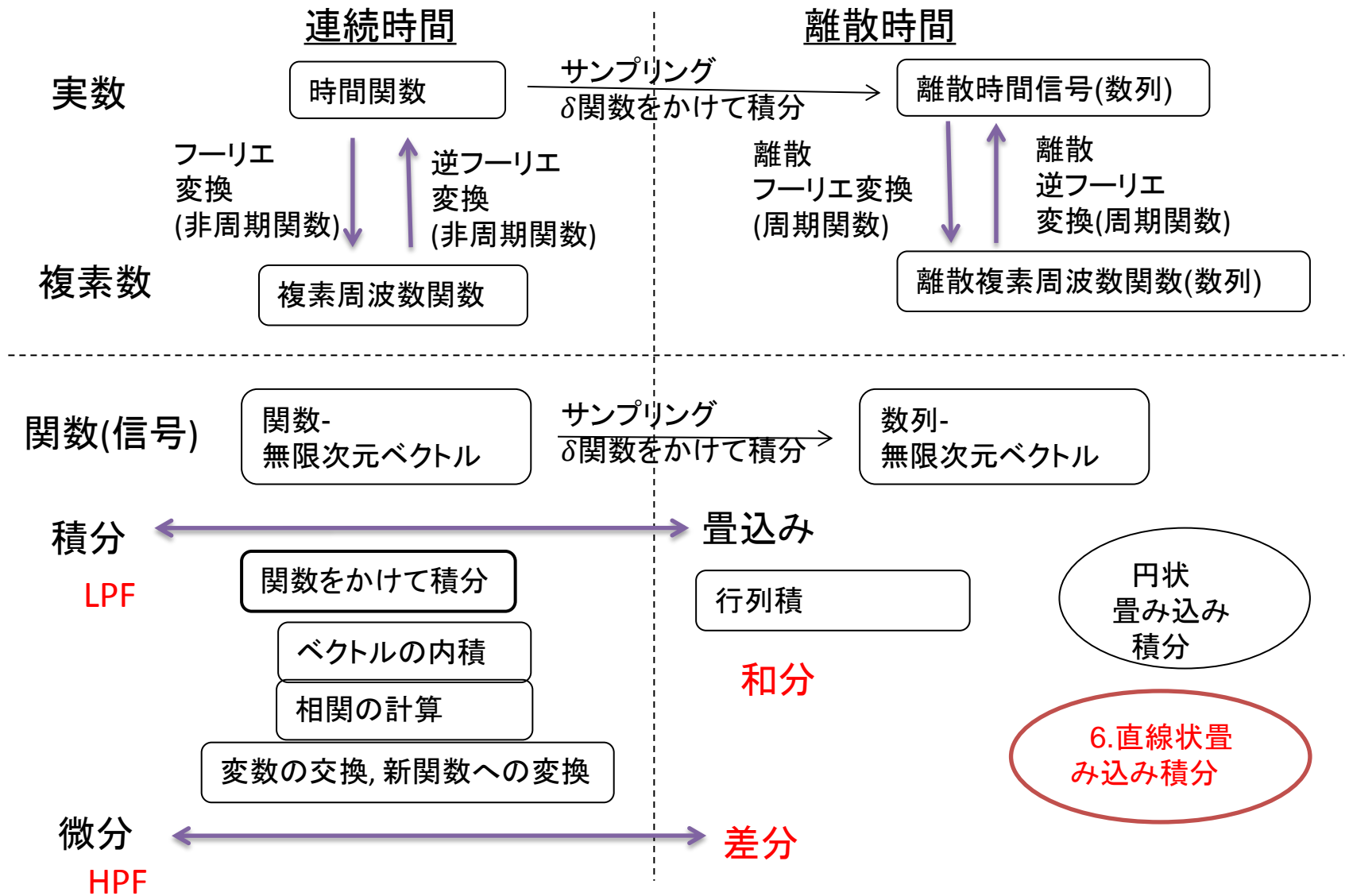
# すすめ方

- チュートリアルと予習
  - 授業前に**予習**、全資料**WEB**掲載、**ビデオ**活用
  - 疑問点をメモし、授業時に討議、質問
- 授業
  - 板書解説、討議、実験
  - **数式の意味を理解**すること。計算はツールで可能
- 演習：Maxima(数理計算ソフト)、開発ツール
  - レポート：1回から4回
- 実装研究：2名で課題を決めシステムに実装
- 成果発表
  - 第4日目：Wiki 作成、プレゼンテーションとデモ

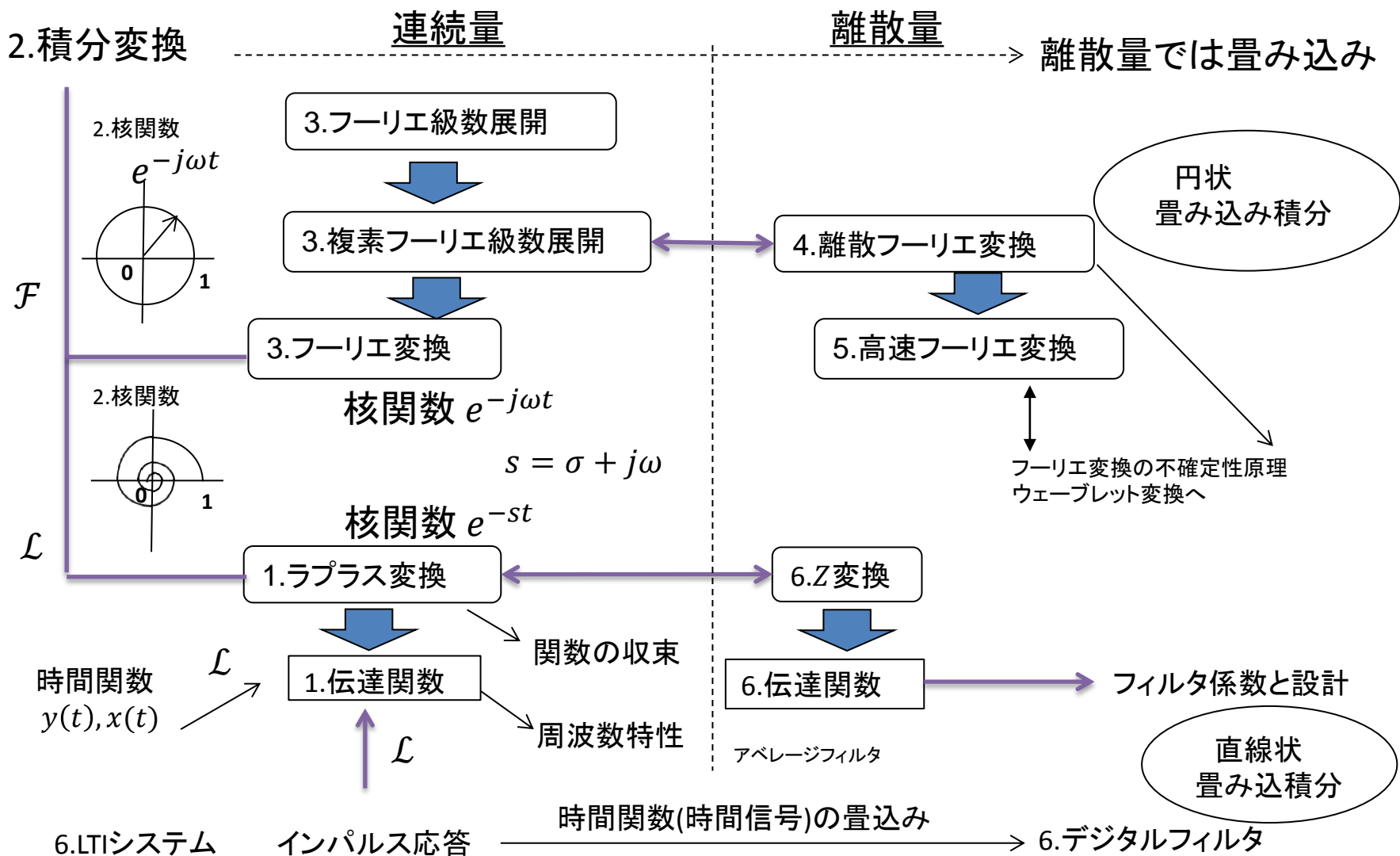
# レポート課題

- 1回から3回
  - 講義内容をレポートにまとめる。
  - 当日の講義内容についての疑問点を書き出す。
  - レポートはコピーしてコピーをノートに貼り付けておく。
  - レポートは手書き。資料、リストなどは、印刷物可。
- 4回
  - 作成課題をレポートにまとめる。
- 最も技術的に優れたチームを1つ選び講評
- 最もユニークなチームを1つ選び講評

# 冒険マップ: 実数, 複素数, 連続, 離散, 積分



# 冒険マップ: 関数(信号)の変換



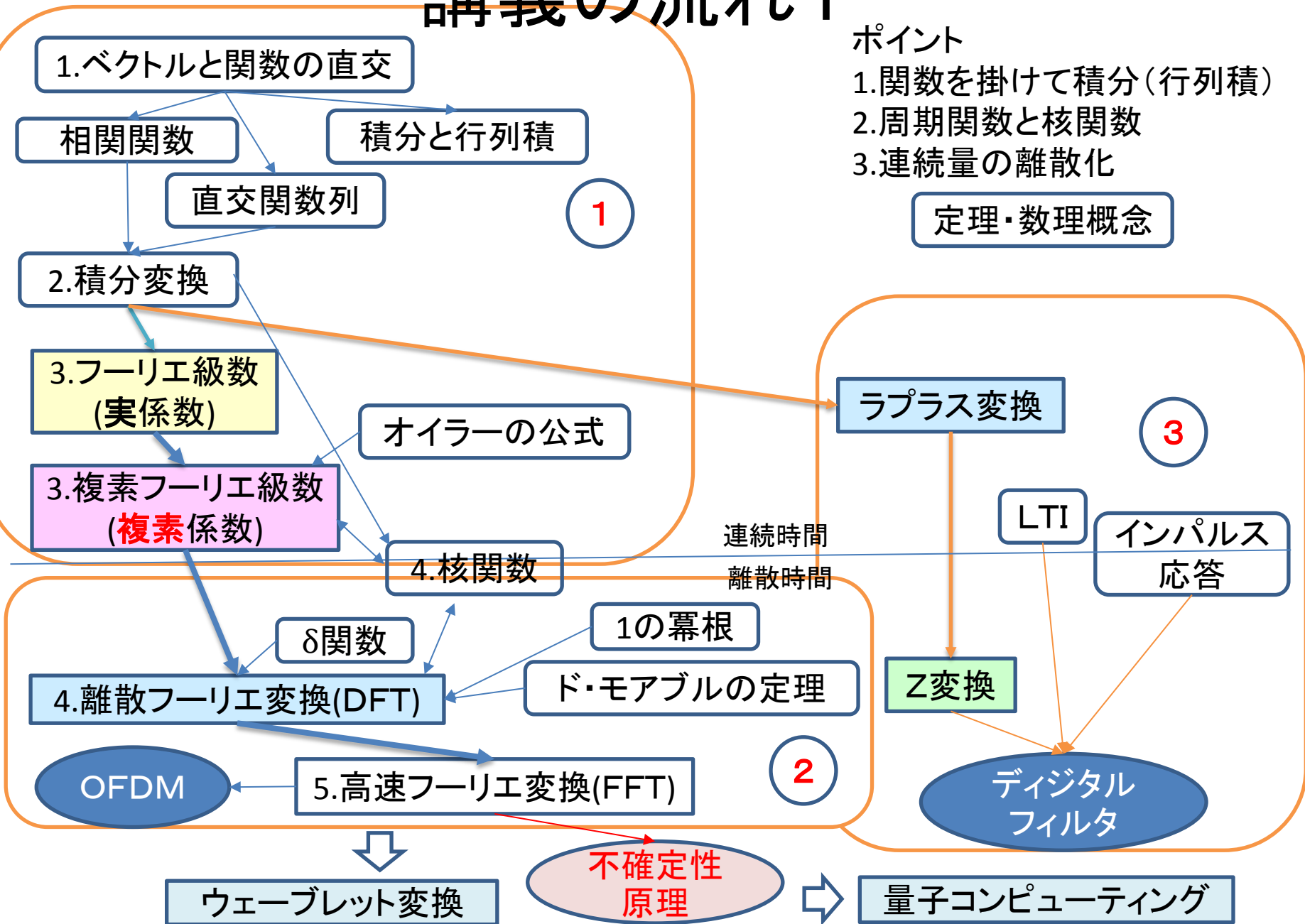
- 数字はテキスト番号,  $F$ :フーリエ変換,  $\mathcal{L}$ :ラプラス変換

# 講義の流れ1

ポイント

- 1.関数を掛けて積分(行列積)
- 2.周期関数と核関数
- 3.連続量の離散化

定理・数理概念



# 第1テーマ:ベクトルと関数の直交

直観的に理解する

- ベクトルの内積=相関:直交=内積0=相関ゼロ
- 内積計算=行列積
  - =>要素の掛け算の総和
  - =>関数を掛け算して積分
- 関数(=信号)=>無限次元ベクトルに拡張
- 直交とは、直角に交わることだけではない

# 第2テーマ：積分変換

直観的に理解する

- 関数を掛けて積分

積分=>面積を求めると変数が消える

核関数が2変数のとき、積分変換で変数の置換ができる

- フーリエ変換は、時間関数を複素周波数関数に変換



# 第3テーマ1: フーリエ級数

直観的に理解する

フーリエ級数は、もとの信号の中に含まれる  
 $\sin(nx), \cos(nx)$ の直交関数列の成分量を示したものの

成分量とは、各直交関数の係数である。  
成分量を求めるには、もとの信号と各直交関数の相関を計算する。

相関計算は、ベクトルの内積計算であり、関数を掛けて積分することであることを思いだす。(第一回のテーマ)

係数がゼロということは、何を意味するか？  
 $\sin(nx), \cos(nx)$ が、“ものさし”となり得る理由は何か？

# 第3テーマ2: 複素フーリエ級数

直観的に理解する

直交関数列  $\sin(nx), \cos(nx)$  をオイラーの公式で、 $\exp$  にひとつにまとめたものが複素正弦(指数)関数

$n$  が整数だから、ド・モアブルの公式が使える。

$n$  乗問題は、 $2\pi/n$  回転問題になり、 $n$  が1以上の整数だから回転して、もとに戻り、同じ値を繰り返してとる。

$x = \omega t$  ( $\omega = 2\pi f$ ,  $f$ : 周波数) とおくと

実関数 ( $\sin(\omega t), \cos(\omega t)$ ) の複素関数 ( $e^{-j\omega t}$ ) 化で複素平面上で、計算が容易になる。

# 第4テーマ：核関数

積分変換における核関数は、フーリエ変換系では複素正弦関数となる。この複素正弦関数を離散化したものが、回転子 (Twiddle Factor)となる。もとの関数を離散化して、回転子との相関を計算したものが離散フーリエ変換となる。

これまで、 $x$ (円弧の長さ)の関数として解いてきた式を時間 $t$ の関数に変換し、 $t$ (時間)と $f$ (周波数)の2変数を持つ核関数として、もとの関数(信号)にかけて積分する。

この核関数は、離散値として正方行列化するが、タテヨコの項数は、2の冪乗にしておくこと、後のFFT計算での畳み込みが容易になる。

# 第5テーマ：離散フーリエ変換

直観的に理解する

複素フーリエ変換と離散フーリエ変換は、  
ともに周期関数を対象にしていることが重要

関数を掛けて積分することは、行列積の計算(第一テーマを思い出すこと)

オイラーの公式とド・モアブルの定理を使って、核関数を離散化し回転子にする。

サンプリング値と核関数に相当する回転子(Twiddle Factor)正方行列との行列積を計算

# 第6テーマ：高速フーリエ変換

図上で直観的に理解する

離散フーリエ変換の回転子(Twiddle Factor)  
の周期性と対称性を利用して、計算量を減らす。  
バタフライ演算の形に持ち込む

64ポイントFFTは、OFDMなどで広く一般的に  
使用されている

# 第7テーマ: z変換とデジタルフィルタ

フーリエ変換がわかれば、z変換は理解容易

フーリエ変換は、円状畳込み積分

z変換は、直線上畳込み積分

(LTI 連続シフト加算)

核関数 $z^{-1}$ は、シフトであり圧縮を目的とする

FIRとIIRフィルタ