

Computer Science A

Hardware Design Exercise 4

Handout V2.20 October 8th, 2020

CSAHW Computer Science A, Meiji University

数式エディタ最新版適用

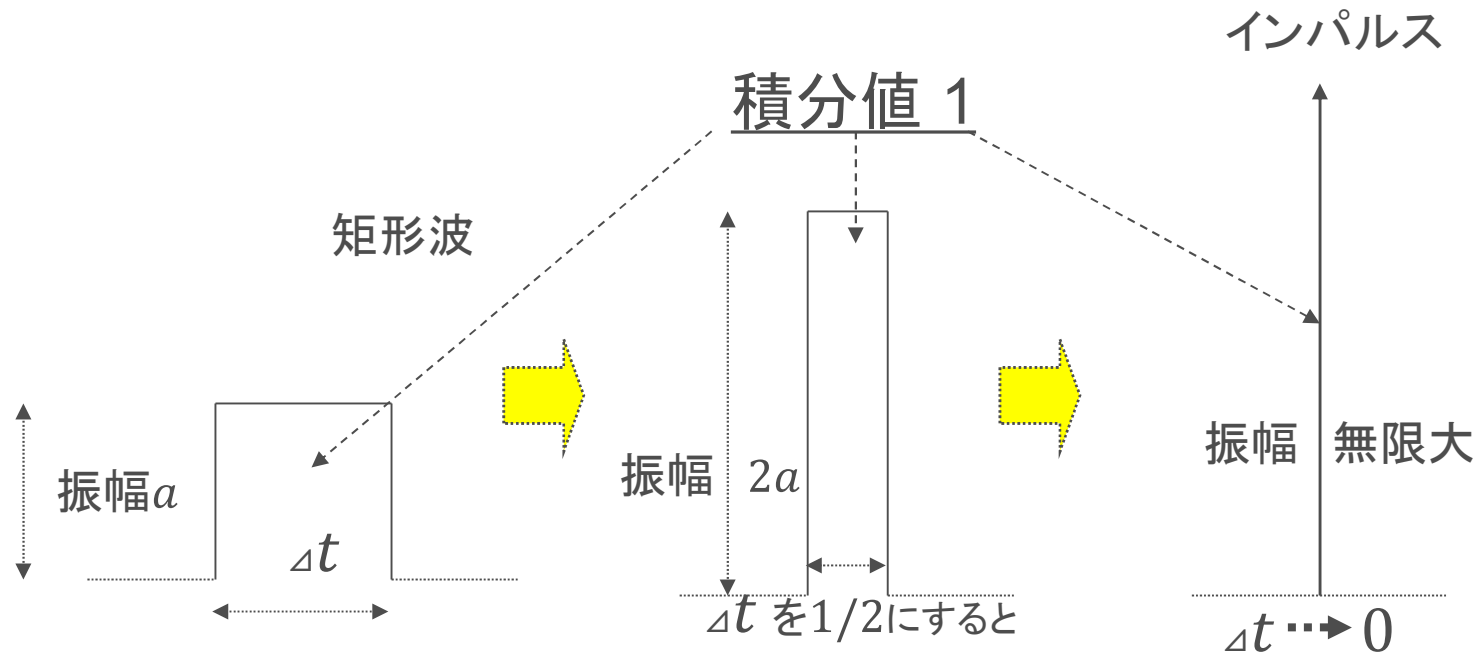
CSA_B3_EX4.pptx 39 Slides
Renji Mikami

4.1.1 ディラックのデルタ関数(テキスト4抜粋)

実際の連続変化信号や情報をデジタル化するには、ハードウェアのサンプリング回路とAD変換回路で離散量に変換します。サンプリングは数学的には、連続関数とデルタ関数の掛け算に相当します。

デルタ関数は、区間がゼロで振幅無限大で積分値1の超関数として定義される理想インパルスです。

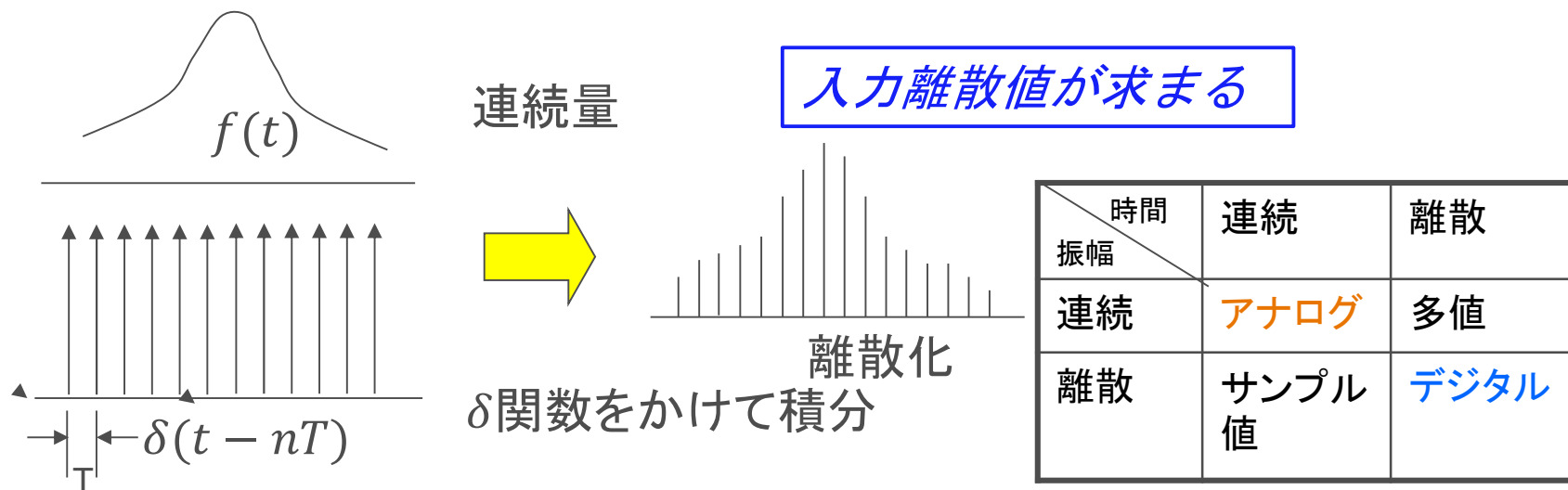
$a \rightarrow 0 : \delta(x) = \lim \left(\frac{1}{a} \right) * \text{rect}(x/a)$ 矩形波の関数の極限になります。



4.1.2 連続量の離散化(テキスト4抜粋)

フーリエ変換では、数学的な導出で連続量が前提でしたが、実際の物理現象を数値的に解析し、これを計算処理する場合には、その値は離散量になります。そのため離散量を扱えるように数学的な拡張を行います。

連続変化の関数から、離散値を得るためには、ディラックのデルタ関数を与関数にかけて積分します。ここで δ 関数は、時間軸の幅がゼロで振幅が ∞ で積分値が1の超関数です。このような信号をインパルスとよびます。(デジタルフィルタの項目で後述します。)



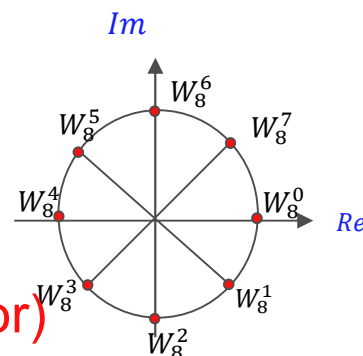
4.1.3 行列演算でDFTを求める(テキスト4抜粋)

D_0 が、定数項(直流項),
 D_1 が基底周波数成分,(最小分解能)
 D_2 が(2x基底周波数)成分,
 D_3 が(3x基底周波数)成分,
 D_4 おいて、 N が大きくなると標本化定理から正しい値を持たなくなる場合(別項)がある

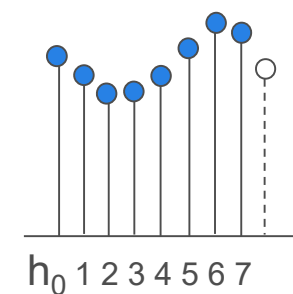
複素指数関数値

$$e^{-j2\pi \frac{1}{M} kn}$$

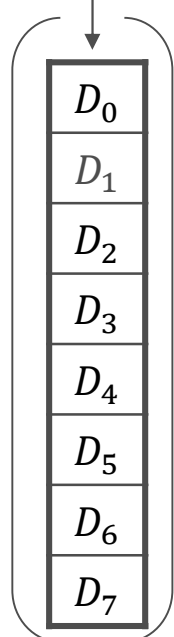
同じ



入力離散値



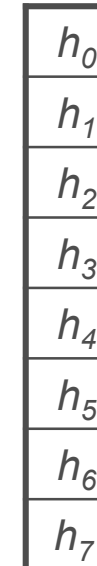
着目:核関数=正方行列=TF(Twiddle Factor)



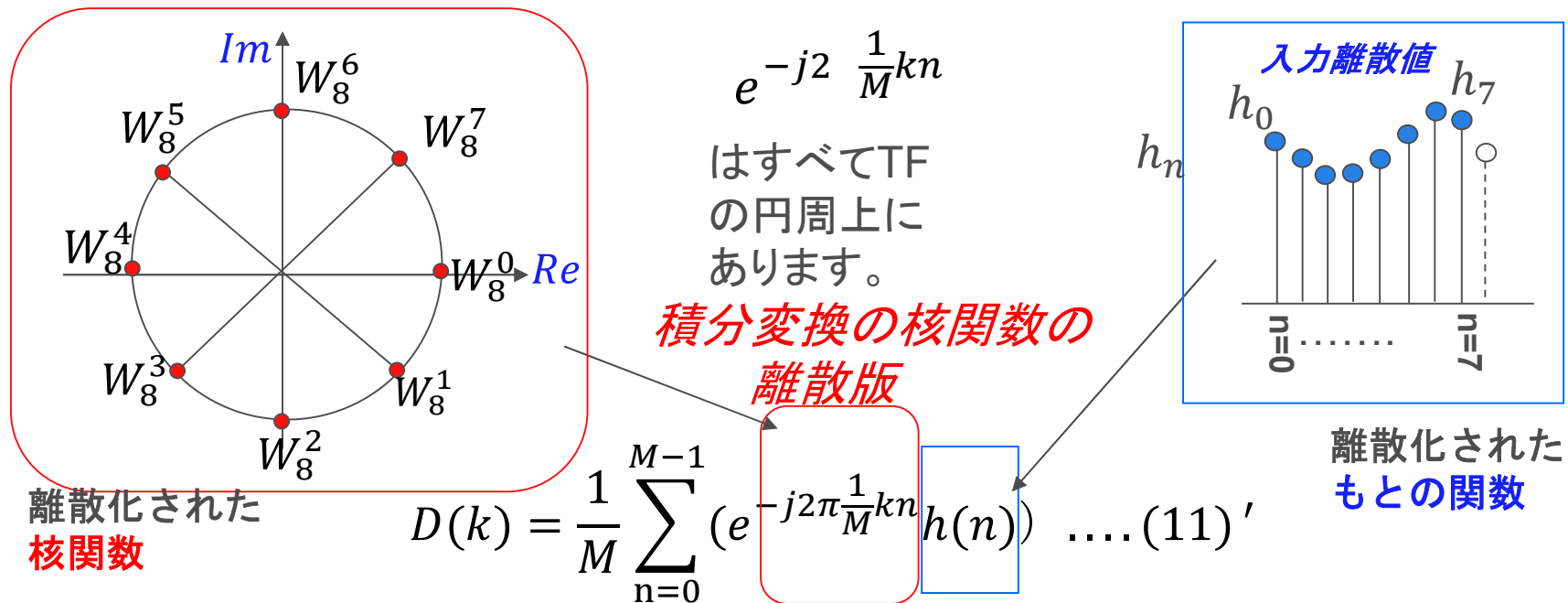
$= 1/8$

W^0	W^0	W^0	W^0	W^0	W^0	W^0	W^0
W^0	W^1	W^2	W^3	W^4	W^5	W^6	W^7
W^0	W^2	W^4	W^6	W^8	W^{10}	W^{12}	W^{14}
W^0	W^3	W^6	W^9	W^{12}	W^{15}	W^{18}	W^{21}
W^0	W^4	W^8	W^{12}	W^{16}	W^{22}	W^{26}	W^{30}
W^0	W^5	W^{10}	W^{15}	W^{20}	W^{25}	W^{30}	W^{35}
W^0	W^6	W^{12}	W^{18}	W^{24}	W^{30}	W^{36}	W^{42}
W^0	W^7	W^{14}	W^{21}	W^{28}	W^{35}	W^{42}	W^{49}

$W^0 := W_8^0$ の略, W_8 は8乗根



4.1.4 サンプリング値とTwiddle Factorの積和



入力信号は、離散化と量子化により離散データに変換されました。続いて対応するTF(Twiddle Factor)との積和計算を行います。

$M = 8$ の場合で考えると、1つの周波数ごとに、8ポイントの入力離散値と8ポイントのTFを乗算し、これらの結果の総和(相関)を求め平均(1/8)します。

周波数項は0から7までありますから、これを8回繰り返します。1回目の総和は、基底x0周波数($n = 0$)の成分量、2回目の総和は、基底x1周波数($n = 1$)、3回目の総和は、基底x2周波数($n = 2$).....と $n = 7$ まで計算します。

4.1.5(4.3.2) 基底周波数成分 $D_1(k = 1)$ と行列(テキスト4抜粋)

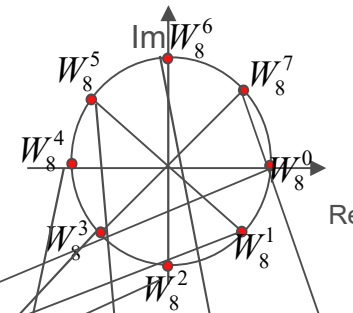
D_0 が、定数項(直流項),
 D_1 が基底周波数成分, (最小分解能)
 複素数($p + qj$)

D_2 が(2x基底周波数)成分,
 D_3 が(3x基底周波数)成分,

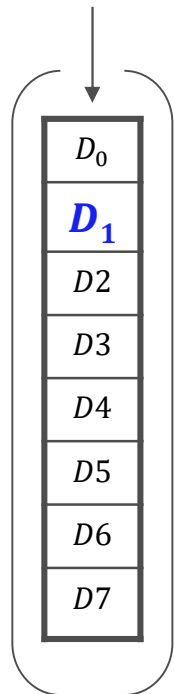
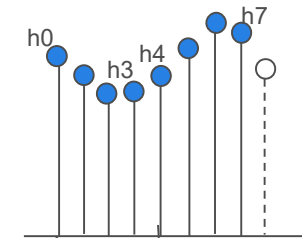
振幅スペクトル $|Z| = \sqrt{p^2 + q^2}$

複素指数関数値
 積分変換の
 核関数の離散版

$$e^{-j2 \frac{1}{M}kn}$$



入力離散値



= 1/8

W^0	W^0	W^0	W^0	W^0	W^0	W^0	W^0
W^0	W^1	W^2	W^3	W^4	W^5	W^6	W^7
W^0	W^2	W^4	W^6	W^8	W^{10}	W^{12}	W^{14}
W^0	W^3	W^6	W^9	W^{12}	W^{15}	W^{18}	W^{21}
W^0	W^4	W^8	W^{12}	W^{16}	W^{22}	W^{26}	W^{30}
W^0	W^5	W^{10}	W^{15}	W^{20}	W^{25}	W^{30}	W^{35}
W^0	W^6	W^{12}	W^{18}	W^{24}	W^{30}	W^{36}	W^{42}
W^0	W^7	W^{14}	W^{21}	W^{28}	W^{35}	W^{42}	W^{49}

$W^0 := W_8^0$ の略, W_8 は8乗根

$$D_1 = h_0 * W^0 + h_1 * W^1 + h_2 * W^2 + h_3 * W^3 + h_4 * W^4 + h_5 * W^5 + h_6 * W^6 + h_7 * W^7$$

4.1.6(4.3.6) TFの積和演算の意味(テキスト4抜粋)

かけるTFの値は基底周波数の整数倍の複素正弦関数の値、この和で信号に含まれる各周波数成分との相関をとる

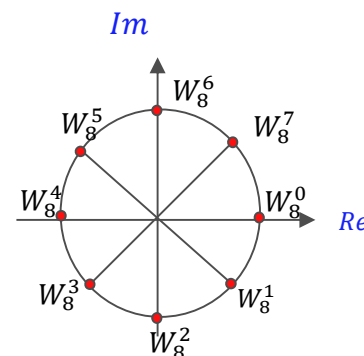
複素指数関数値

積分変換の
核関数の離散版

$$e^{-j2\pi \frac{1}{M}kn}$$



$W^0 := W_8^0$ の略



定数項、直流成分

基底周波数成分

基底X2倍周波数成分

基底X3倍周波数成分

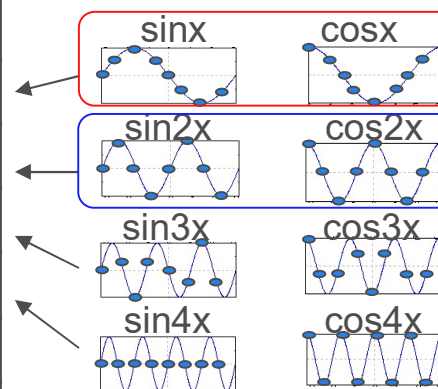
基底X4倍周波数成分

基底X5倍周波数成分

基底X6倍周波数成分

基底X7倍周波数成分

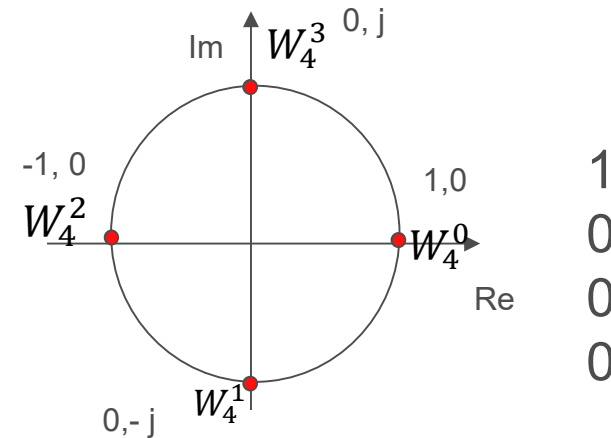
W^0	W^0	W^0	W^0	W^0	W^0	W^0	W^0
W^0	W^1	W^2	W^3	W^4	W^5	W^6	W^7
W^0	W^2	W^4	W^6	W^8	W^{10}	W^{12}	W^{14}
W^0	W^3	W^6	W^9	W^{12}	W^{15}	W^{18}	W^{21}
W^0	W^4	W^8	W^{12}	W^{16}	W^{20}	W^{24}	W^{28}
W^0	W^5	W^{10}	W^{15}	W^{20}	W^{25}	W^{30}	W^{35}
W^0	W^6	W^{12}	W^{18}	W^{24}	W^{30}	W^{36}	W^{42}
W^0	W^7	W^{14}	W^{21}	W^{28}	W^{35}	W^{42}	W^{49}



$W^0 := W_8^0$ の略, W_8 は8乗根

4.1.7 DFTの計算演習

4ポイントのサンプリングで得られました元の信号の離散値は、1,0,0,0です
これに離散化した核関数の行列をかけてDFTを計算します。



DFT値

定数項
基底周波数項
基底周波数x2項
基底周波数x3項

= 1/4

離散化した核関数

W_4^0	W_4^0	W_4^0	W_4^0
W_4^0	W_4^1	W_4^2	W_4^3
W_4^0	W_4^2	W_4^4	W_4^6
W_4^0	W_4^3	W_4^6	W_4^9

元の信号

1
0
0
0

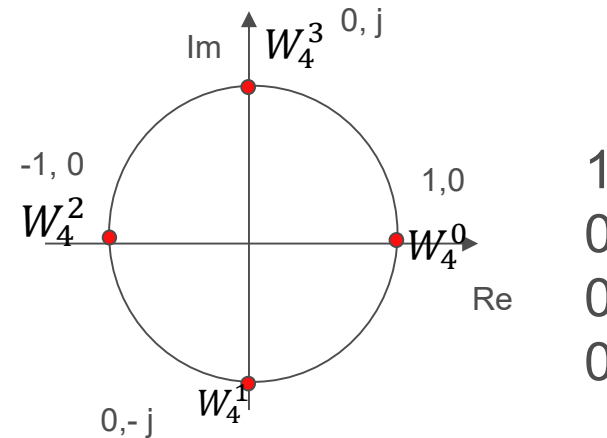
4.1.8 DFTの計算演習

EX418 空欄に具体的に(複素)数値を記入してDFTを計算してください。

[得られた離散値は、1,0,0,0]

考察418

次の**考察419**の終了後に、**EX418**の結果を考察してください。



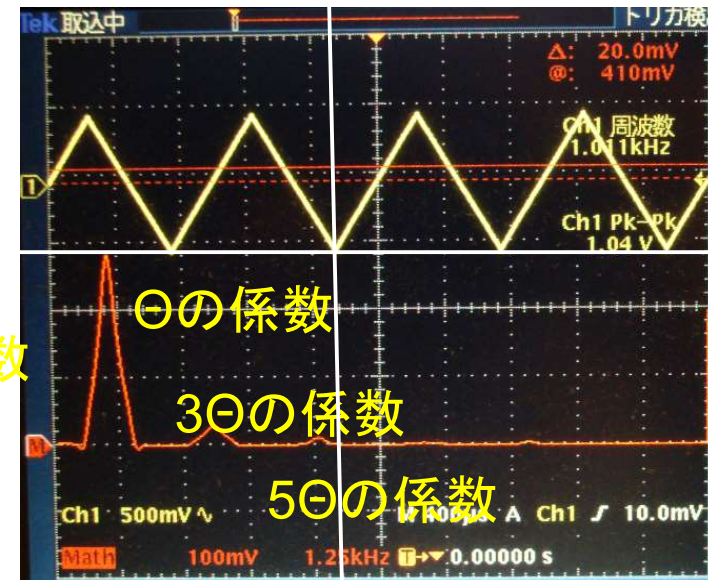
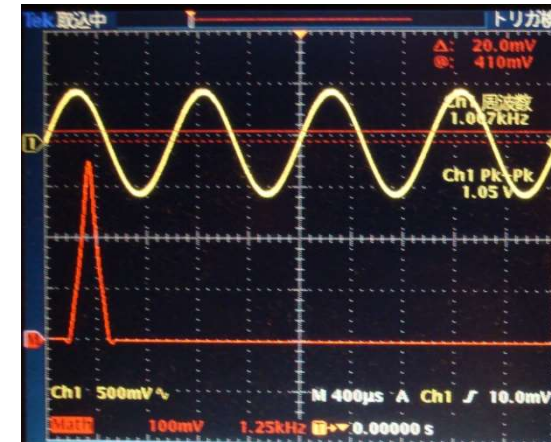
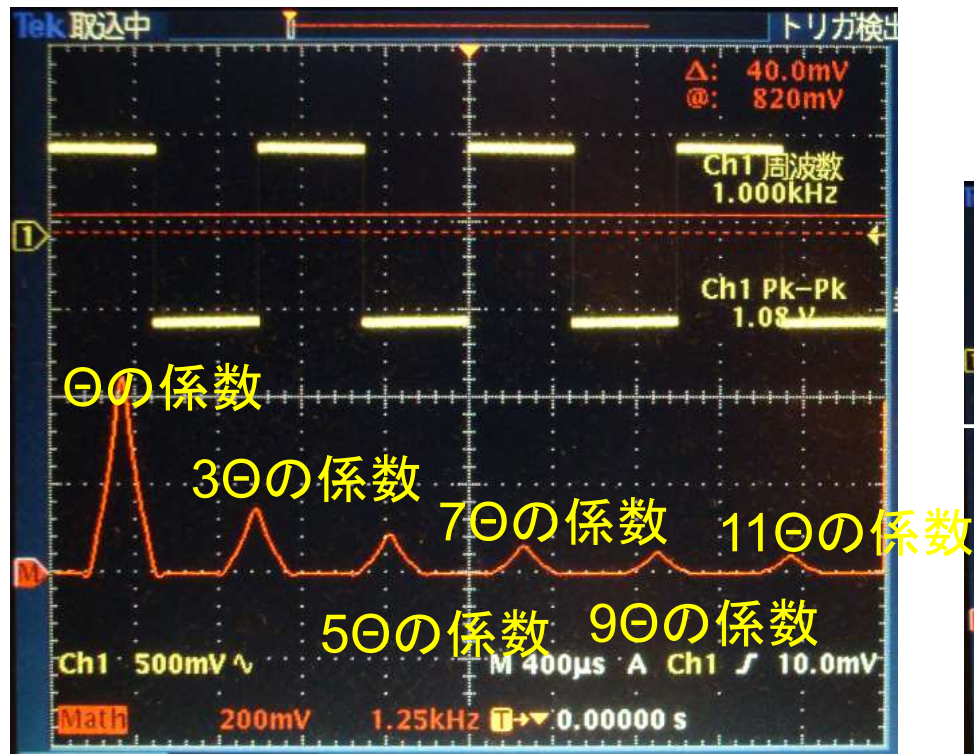
= 1/4

=

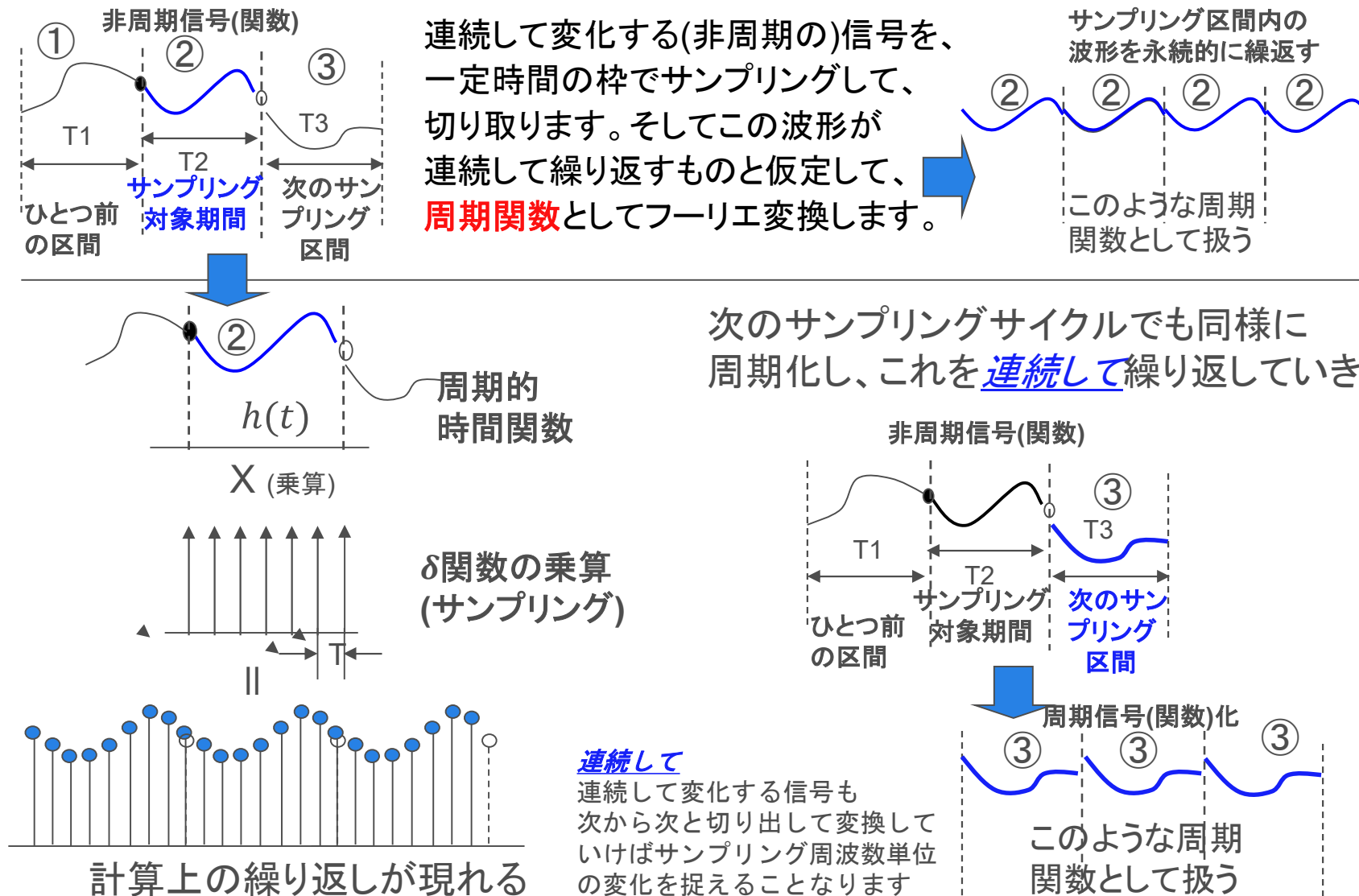
4.1.9 波形とスペクトル(級数項)

考察 419

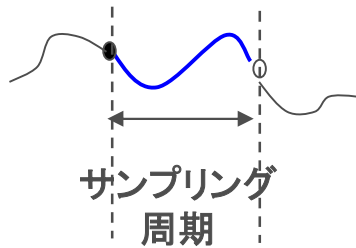
オシロスコープ波形のなだらかさ(とんがり具合)とスペクトル(級数項)の関係を考察してください



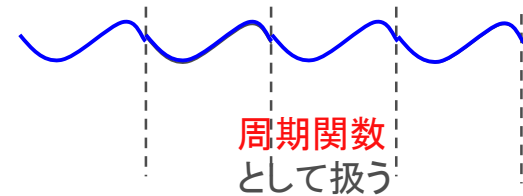
4.2.1 DFT化のための周期関数化 (テキスト4抜粋)



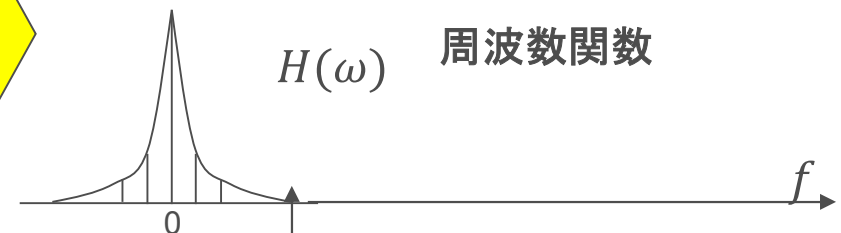
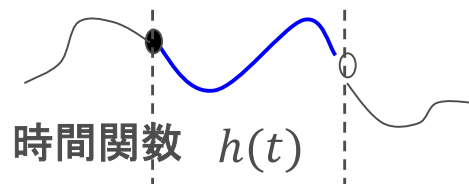
4.2.2 DFTとサンプリング (テキスト4抜粋)



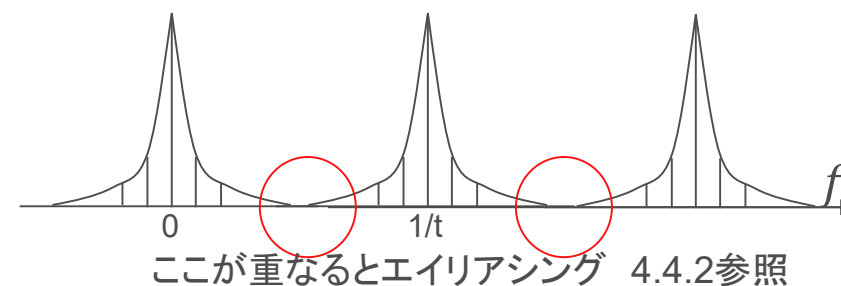
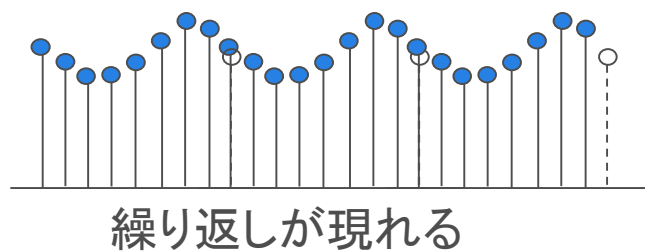
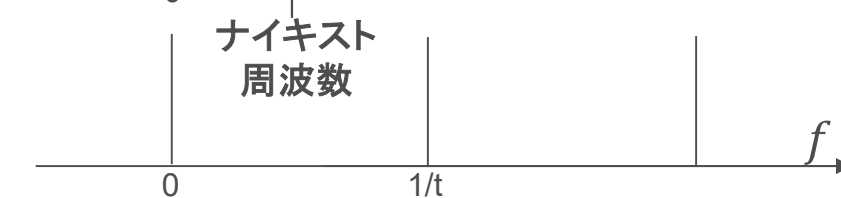
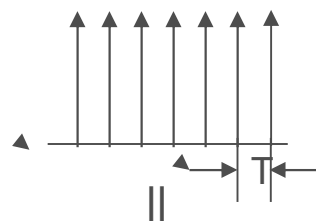
連続して変化する、非周期の信号を、一定時間の枠でサンプリングして、切り取ります。そしてこの波形が連続して繰り返すものと仮定すれば、**周期関数**として扱えることになります。



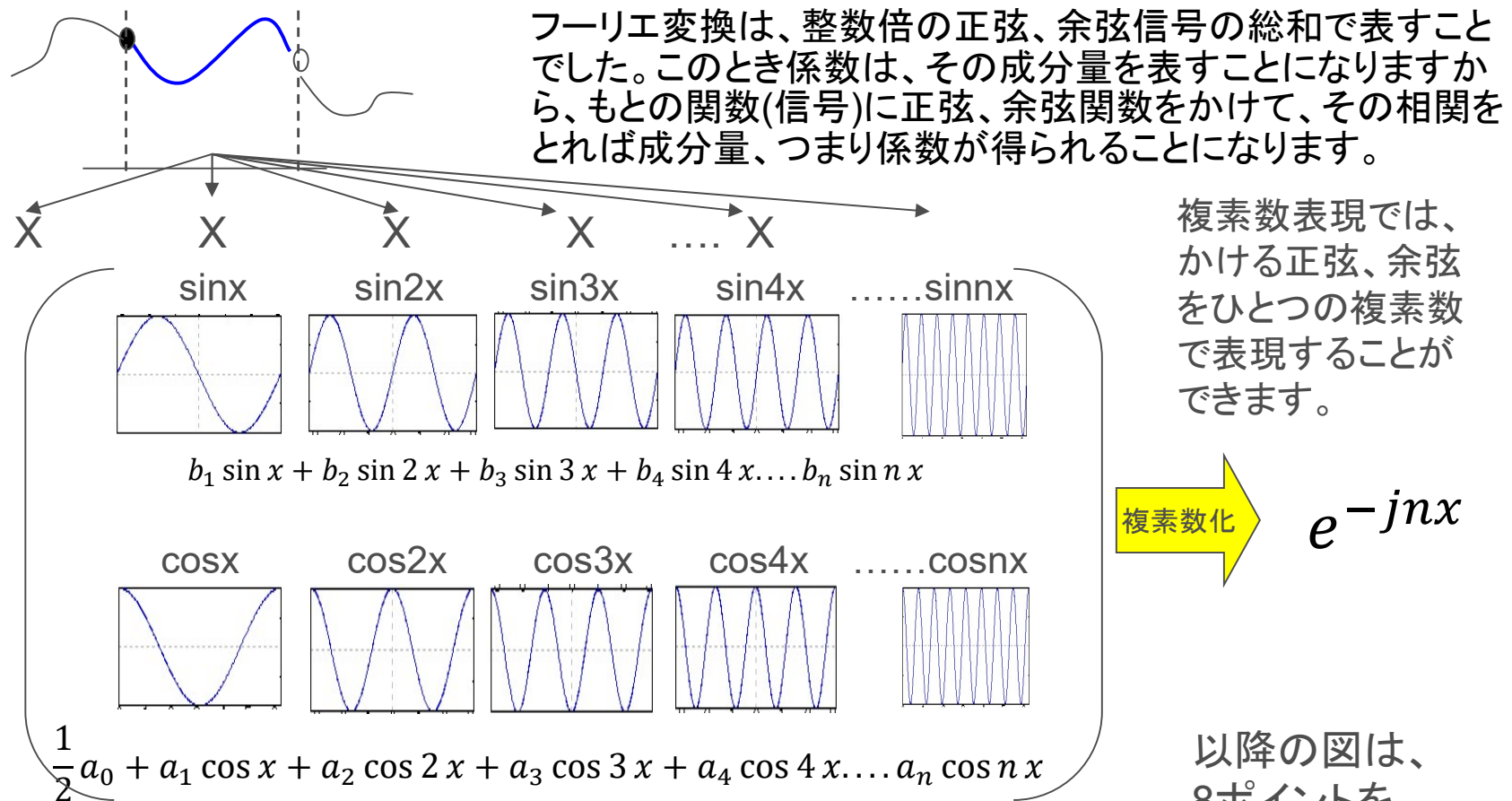
IDFT: Inversed Discrete Fourier Transform DFT: Discrete Fourier Transform



X (乗算)

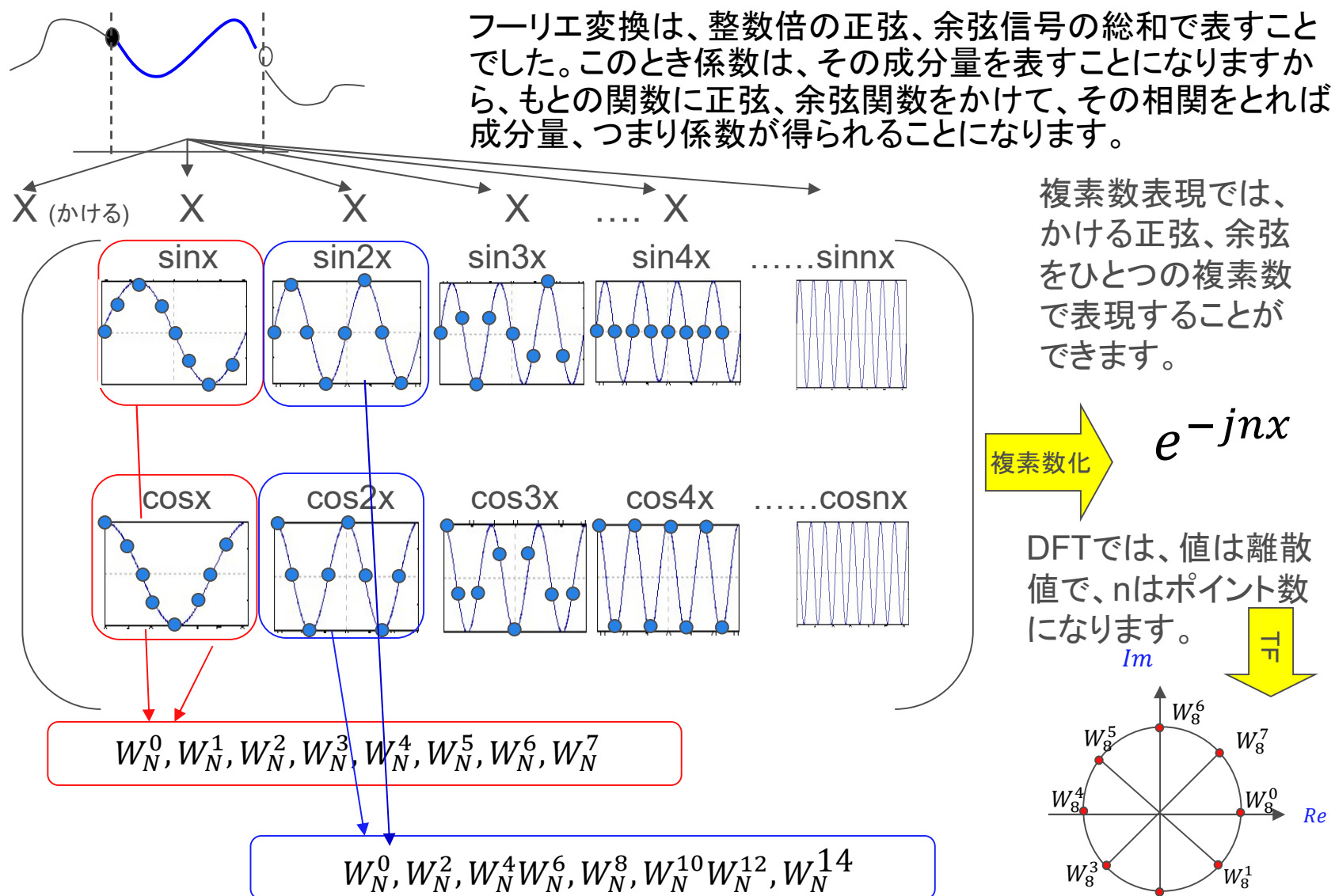


4.2.3 連続量の場合の $\sin nx, \cos nx$ との相関計算 (テキスト4抜粋)



この級数和が、三角関数表現のフーリエ級数になります

4.2.4 離散化した相関計算 (テキスト4抜粋)



4.2.5 回転子 (テキスト4抜粋)

$\sin$ の項と $\cos$ の項を回転子 W を導入し複素数にまとめます。

n 倍の周波数の $\sin$ と $\cos$ の項は、回転子 W の n 乗で表すことができます。

注:回転子は核関数の値そのものです

$e^{a*b} = (e^a)^b$ ですから、1の M 乗根を W_M として

$$W_M = e^{-j \frac{1}{M}} \quad \text{とおくと}$$

$$W_M^2 = e^{-j2\pi\frac{2}{M}}, W_M^3 = e^{-j2\pi\frac{3}{M}}, W_M^4 = e^{-j2\pi\frac{4}{M}} \dots W_M^n = e^{-j2\pi\frac{n}{M}} \quad e^{-j2\pi\frac{1}{M}kn}$$

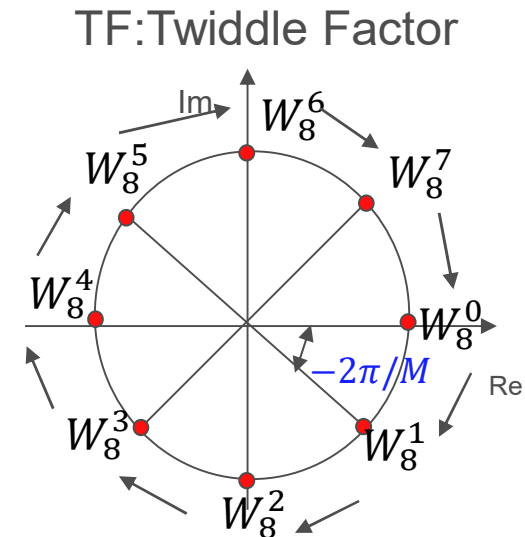
となりますから、整数倍の周波数成分が、

W_M^n の形で表され、 W_M^n はすべて単位円の円周上にあり、

$\frac{2\pi}{M}$ の角度で回転していきます。

W のことを回転子(Twiddle Factor, ひねり因子)と呼びます。

連続量で円周 2π は、離散化で M 分割になる



4.3.1 基底周波数成分 D_1 の相関計算($k = 1$)(テキスト4抜粋)

離散フーリエ変換では、 N ポイントの離散値に対して、離散化した複素指数(正弦)関数をかけて、整数倍の周波数に相当する成分量(係数に相当)を計算します(複素指数関数では、 $\sin, \cos$ をひとつにして計算できます。)

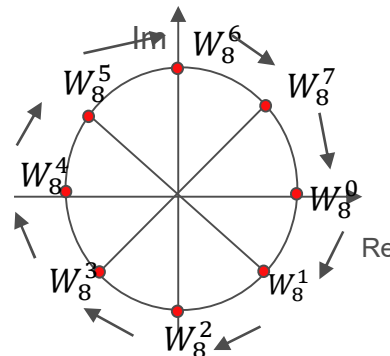
連続量で円周 2π は、離散化で M 分割になる

$$D_1 = h_0 W_8^0 + h_1 W_8^1 + h_2 W_8^2 + h_3 W_8^3 + h_4 W_8^4 + h_5 W_8^5 + h_6 W_8^6 + h_7 W_8^7$$

行列演算

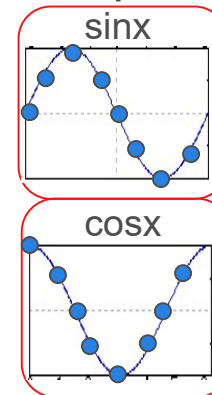
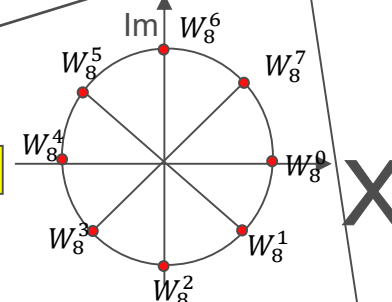
k の意味が少しわかりずらいのでよく式と図を見て下さい。行列の横方向の各行に対応します。

TF: Twiddle Factor

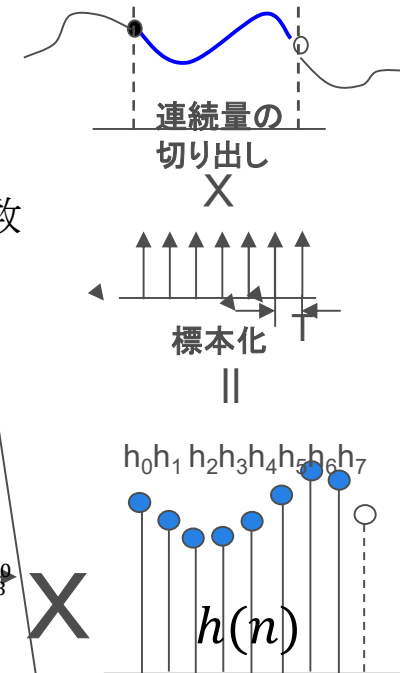


$k = 1$
基底周波数

$$e^{-j2\pi \frac{1}{M} kn}$$



n ポイントの
離散値
この例では
 $n=8$

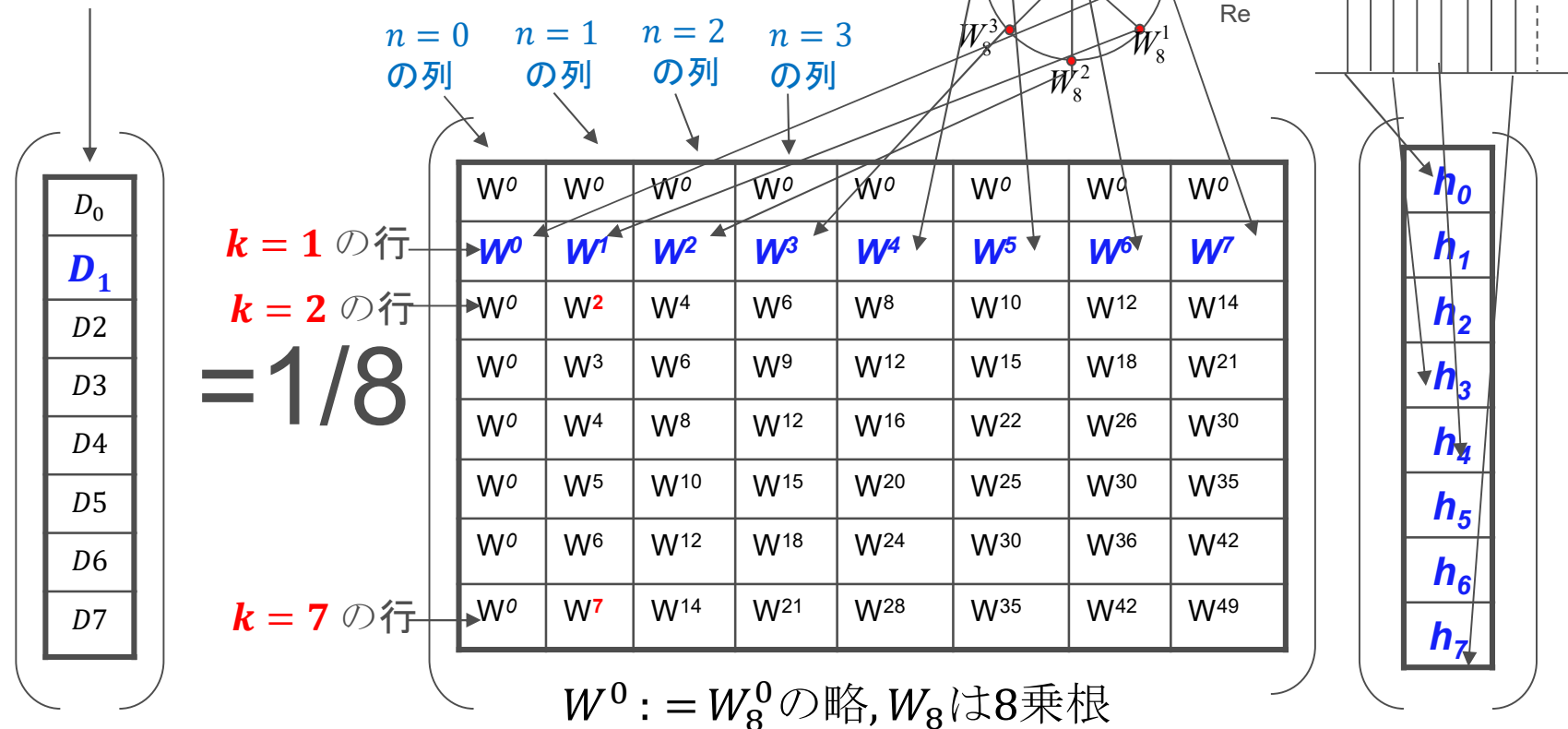


n ポイントの
離散値
この例では
 $n=8$

4.3.2 基底周波数成分 D_1 ($k = 1$)と行列(テキスト4抜粋)

D_0 が、定数項(直流項),
 D_1 が基底周波数成分, (最小分解能)
 複素数($p + qj$)
 D_2 が(2x基底周波数)成分, 複素指数関数値
 D_3 が(3x基底周波数)成分,
 振幅スペクトル $|Z| = \sqrt{p^2 + q^2}$

$$e^{-j2\pi \frac{1}{M} kn}$$



$$D_1 = h_0 * W^0 + h_1 * W^1 + h_2 * W^2 + h_3 * W^3 + h_4 * W^4 + h_5 * W^5 + h_6 * W^6 + h_7 * W^7$$

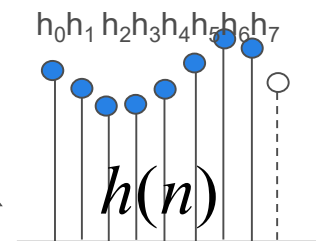
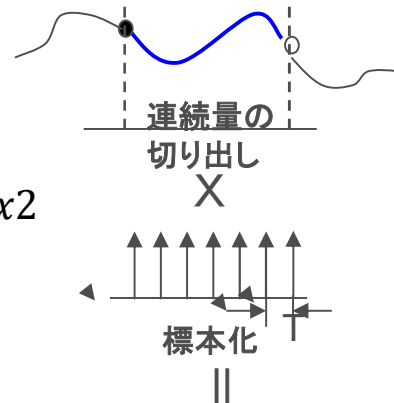
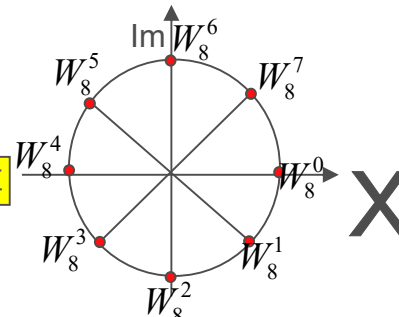
4.3.3 2倍基底周波数成分 D_2 の相関計算($k=2$)(テキスト4抜粋)

D_2 は、基底周波数の2倍
($k=2$)の周波数成分になります。
(三角関数では、 $\sin 2x, \cos 2x$ の項)
複素指数関数のTFでは、2乗は2倍の
回転角を進みます。

$$D_2 = h_0 W_8^0 + h_1 W_8^2 + h_2 W_8^4 + h_3 W_8^6 + h_4 W_8^8 + h_5 W_8^{10} + h_6 W_8^{12} + h_7 W_8^{14}$$

行列演算

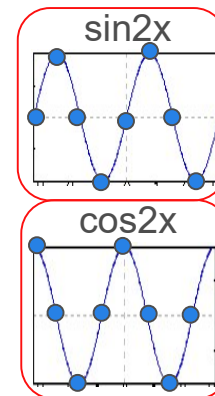
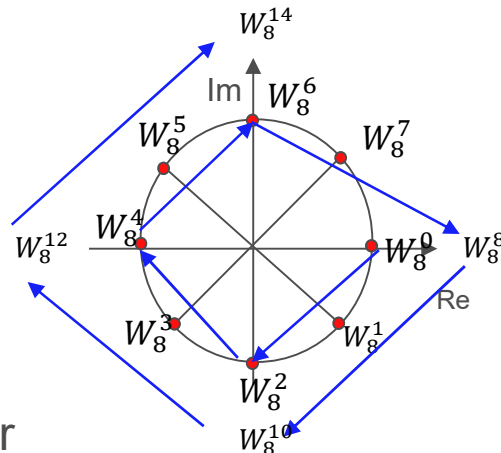
$$e^{-j2 \frac{1}{M} kn}$$



nポイントの
離散値
この例では
n=8

ド・モアブルの定理を
思い出そう
N倍角問題がN乗問題に
置き換えられている
Nが整数のときに成立

TF:Twiddle Factor



nポイントの
離散値
この例では
n=8

4.3.4 3倍基底周波数成分 D_3 の相関計算($k = 3$)(テキスト4抜粋)

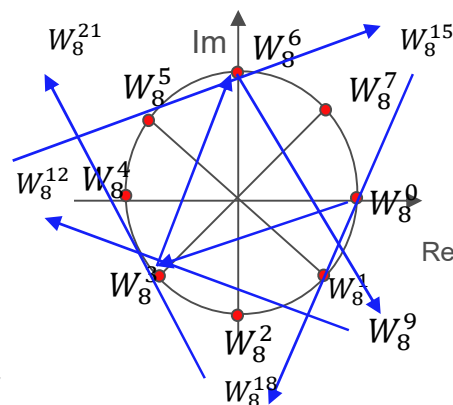
D_3 は、基底周波数の3倍
($k = 3$)の周波数成分になります。
(三角関数では、 $\sin 3x$, $\cos 3x$ の項)
複素指数関数のTFでは、3乗は3倍の
回転角を進みます。

$$D_3 = h_0 W_8^0 + h_1 W_8^3 + h_2 W_8^6 + h_3 W_8^9 + h_4 W_8^{12} + h_5 W_8^{15} + h_6 W_8^{18} + h_7 W_8^{21}$$

← 行列演算

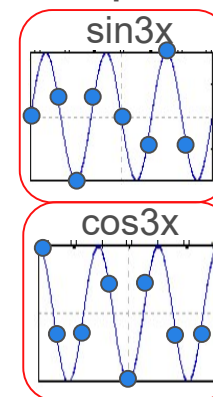
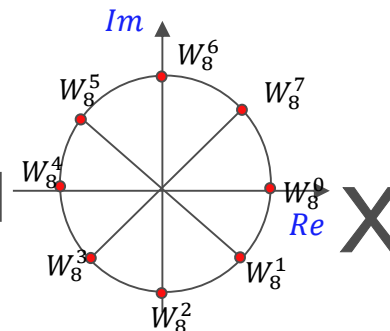
ド・モアブルの定理を
思い出そう
N倍角問題がN乗問題に
置き換えられている
Nが整数のときに成立

TF: Twiddle Factor

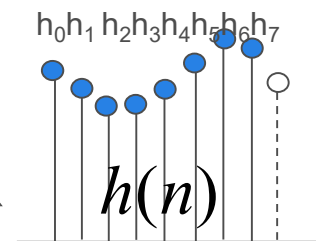
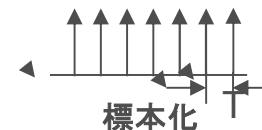
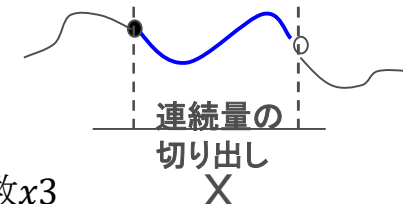


$k = 3$
基底周波数 $\times 3$

$$e^{-j2\pi \frac{1}{M} k n}$$



nポイントの
離散値
この例では
n=8



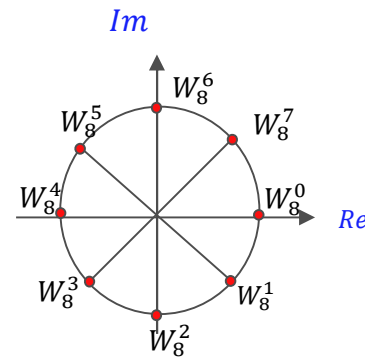
nポイントの
離散値
この例では
n=8

4.3.5 行列演算(行列積)でDFTを求める (テキスト4抜粋)

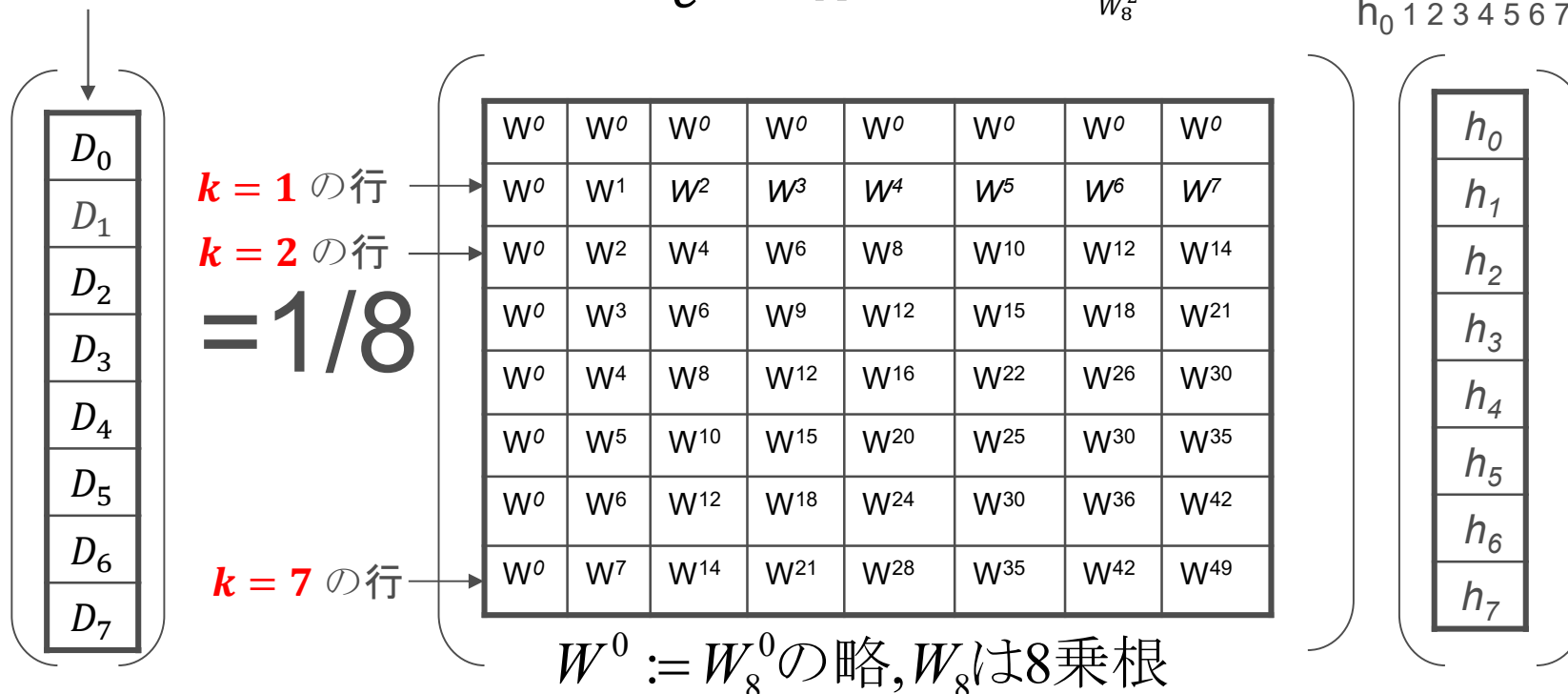
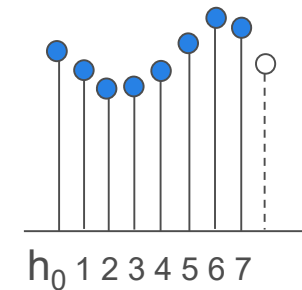
D_0 が、定数項(直流項),
 D_1 が基底周波数成分,(最小分解能)
 D_2 が(2x基底周波数)成分,
 D_3 が(3x基底周波数)成分,
 D_4 おいて、 N が大きくなると標本化定理から正しい値を持たなくなる場合(別項)がある

複素指数関数値

$$e^{-j2\pi \frac{1}{M} kn}$$



入力離散値



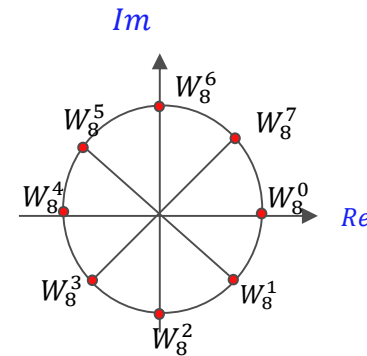
4.3.6 TFの積和演算の意味(テキスト4抜粋)

かけるTFの値は基底周波数の整数倍の複素正弦関数の値、この和で信号に含まれる各周波数成分との相関をとる

複素指数関数値

$$e^{-j2\pi\frac{1}{M}kn}$$

$$W^0 := W_8^0 \text{ の略}$$



定数項、直流成分

基底周波数成分

基底X2倍周波数成分

基底X3倍周波数成分

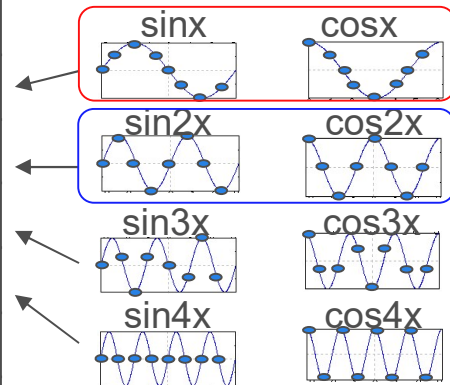
基底X4倍周波数成分

基底X5倍周波数成分

基底X6倍周波数成分

基底X7倍周波数成分

W^0	W^0	W^0	W^0	W^0	W^0	W^0	W^0
W^0	W^1	W^2	W^3	W^4	W^5	W^6	W^7
W^0	W^2	W^4	W^6	W^8	W^{10}	W^{12}	W^{14}
W^0	W^3	W^6	W^9	W^{12}	W^{15}	W^{18}	W^{21}
W^0	W^4	W^8	W^{12}	W^{16}	W^{20}	W^{24}	W^{28}
W^0	W^5	W^{10}	W^{15}	W^{20}	W^{25}	W^{30}	W^{35}
W^0	W^6	W^{12}	W^{18}	W^{24}	W^{30}	W^{36}	W^{42}
W^0	W^7	W^{14}	W^{21}	W^{28}	W^{35}	W^{42}	W^{49}



$$W^0 := W_8^0 \text{ の略, } W_8 \text{ は8乗根}$$

4.3.7 これまでのDFT計算の再考

EX437

フーリエ級数と離散フーリエ変換の相違点、相似点を簡潔にまとめてください。

考察437

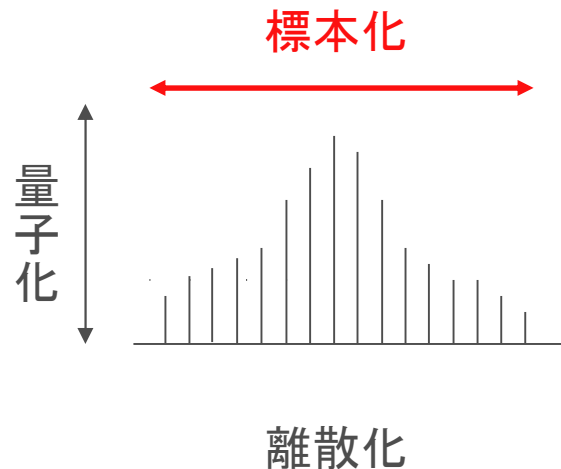
4.3.5項において、 D_0 から D_7 の値は、すべて信憑性があるでしょうか。

4.4.1 サンプリング(標本化)定理 (テキスト4抜粋)

連続量から一定時間間隔で標本化を行なうことは、元の情報の一部が失われていることを意味します。

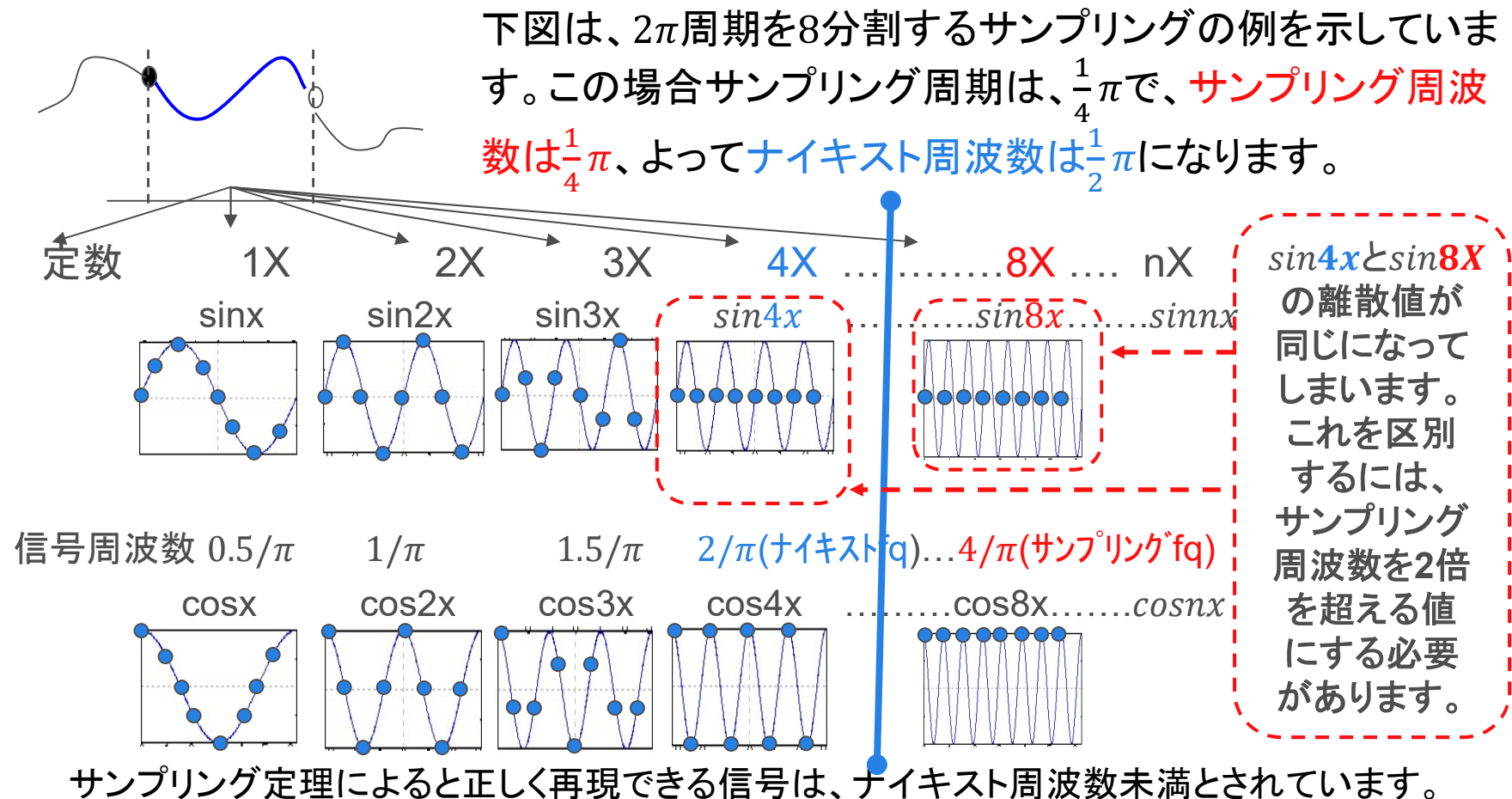
では、どのような情報が失われているのでしょうか。

標本化(サンプリング)定理によって、標本化(サンプリング)周波数の $\frac{1}{2}$ までの周波数情報までは、正しく得られていることが証明されています。このときの使用できる上限の周波数をナイキスト周波数とよび、ナイキスト周波数以上では、エイリアシング(折り返し)が発生し、正しい情報を再現できなくなります。



ナイキスト周波数、エイリアシングは、各自で調べてください。
エイリアシングの発生する理由を考えてみてください。

4.4.2 サンプリング周期と信号周波数 (テキスト4抜粋)



サンプリング定理によると正しく再現できる信号は、ナイキスト周波数未満とされています。

考察442

ナイキスト周波数未満とそれを超える信号がどのように周波数軸上に現れるでしょうか。
4.2.2 を参照してください。

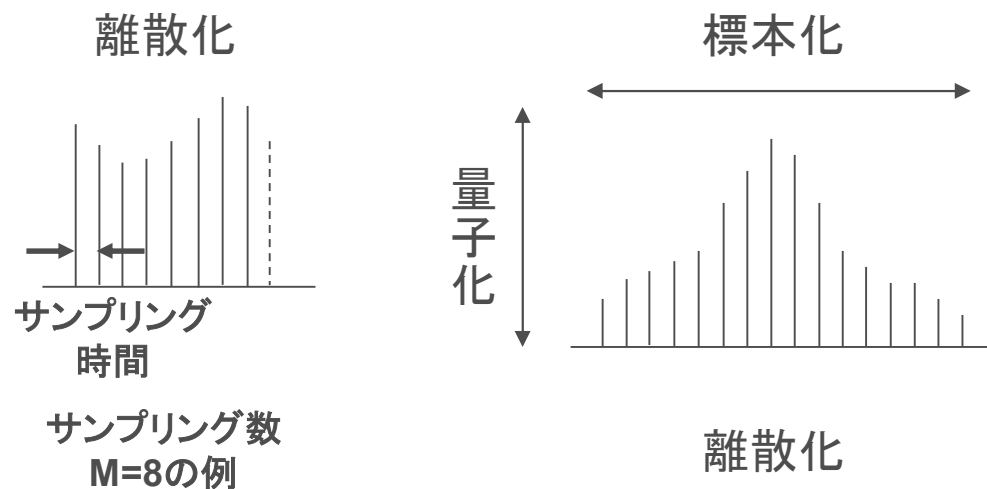
4.4.3 AD変換器のサンプリング周波数(テキスト4抜粋)

サンプリング周波数とその周期は、標本化定理により最大処理周波数($\frac{1}{2}$ *サンプリング周波数)を決定します。

また後段の演算処理は、この周波数レートで連続的に送り込まれるデータの1サイクル以内の時間で完了しなければなりません。

EX443:

AD変換器のサンプリング周波数が、 $7,812.5\text{Hz}$ の場合、処理可能な周波数はいくになるでしょうか？ また、この連続データを処理するための後続の演算系の処理時間(周期時間)は、何秒以内になるでしょうか？



AD変換器は、量子化ビット数が多くなると変換に時間がかかり、サンプリング周波数を上げづらくなってきます。

4.4.4 ポイント数は何を意味するか(テキスト4抜粋)

ポイント数によってDFTに切り出す区間が決まります。これがDFTの周期時間になります。

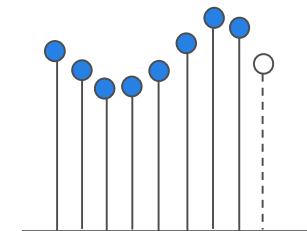
周期時間 $= (1/\text{サンプリング周波数}) \times \text{ポイント数}$

EX444:

サンプリング周波数が、**7,812.5Hz**でポイント数が**64**の場合、周期時間とその周波数はいくらでしょうか？

その周波数は、何を意味するのでしょうか？

入力離散値



4.4.5 周期時間、分解周波数、最大周波数(テキスト4抜粋)

ポイント数 $\times$ サンプリング周期時間でDFTの周期時間が決定します。このとき行列演算の D_0 項は直流項、 D_1 項が、この周期時間の基底周波数で、DFTで解析する基本周波数の成分項になります

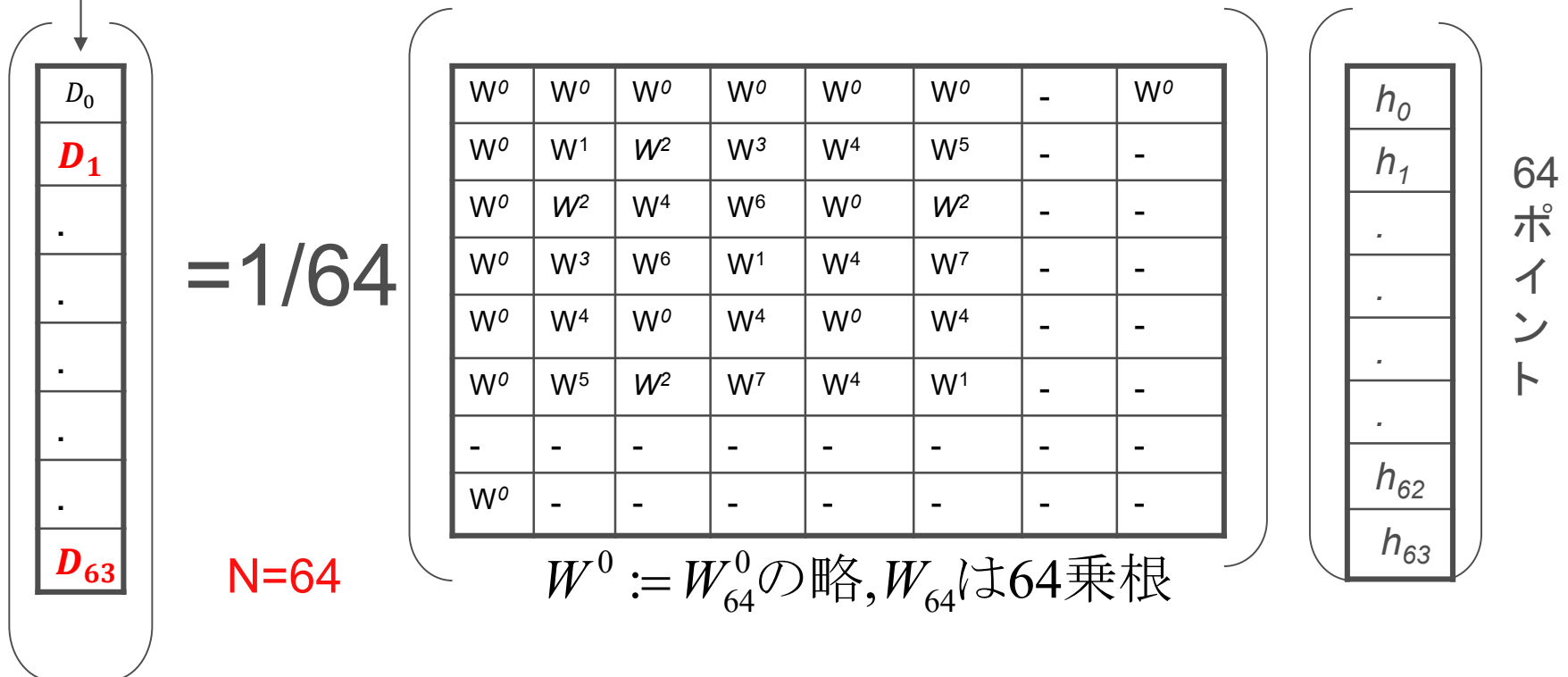
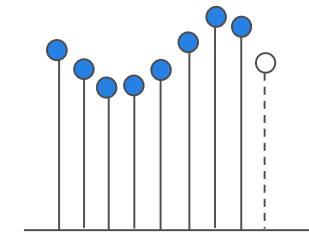
以下 D_2 項は、 D_1 の2倍、 D_n 項は、 N 倍の周波数の成分項になります。

EX445: (4.4.6に解答と解説がありますが計算してみてください)

サンプリング周波数が、**7,812.5Hz**でポイント数が

64の場合、扱える周波数の帯域はどこからどこまででしょうか？

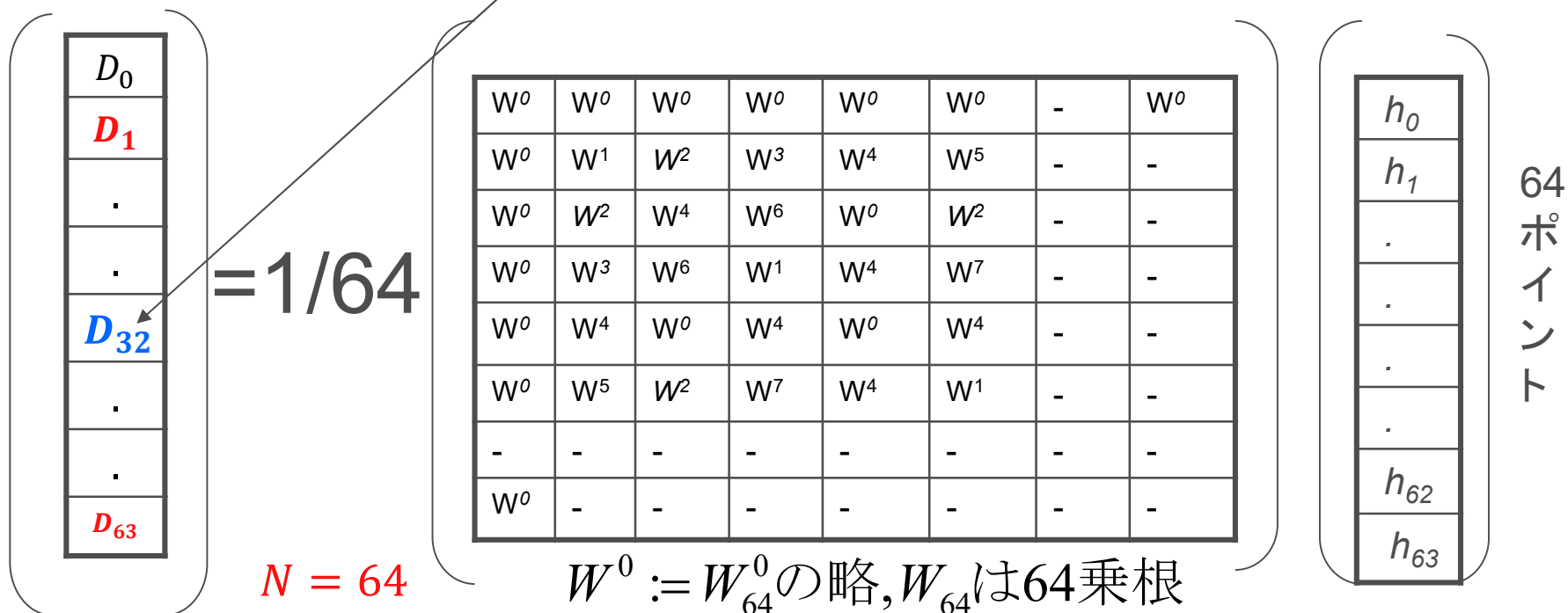
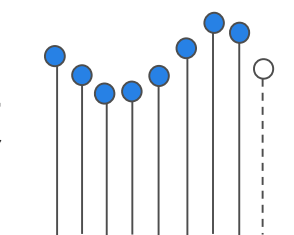
入力離散値



4.4.6 扱える周波数 (テキスト4抜粋)

サンプリング周波数が、 $7,812.5\text{Hz}$ (サンプリング時間 $128\mu\text{sec}$)で
 64 ポイントDFTでは、DFT基底は約 8.192msec ($128\mu\text{sec} * 64$) ,
 つまり最低周波数は約 122Hz となります。一方最高周波数は
 $3,904\text{Hz}$ ($7812.5/2$)になります。 D_{32} : $122 \times 32 = 3,904\text{Hz}$ を超えた項
 は、標本化定理により正しい値にならないためです。

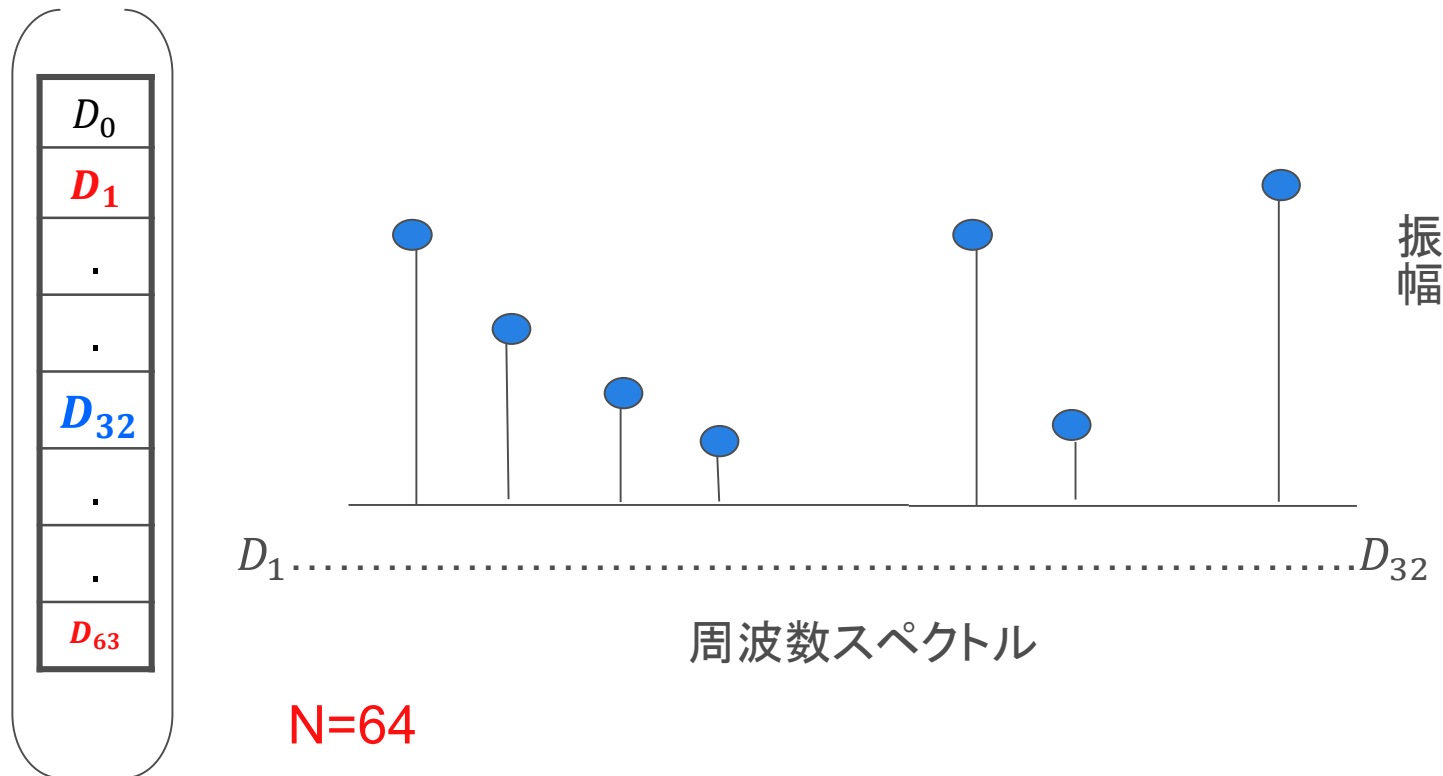
入力離散値



4.4.7 スペクトルの振幅計算 (テキスト4抜粋)

続いて,各周波数スペクトルの振幅を求めます。

D_1 の値は122Hzの複素数ベクトルですから、 $\sqrt{re^2 + im^2}$ で振幅を計算します。同様 D_2 は、244Hz, D_3 は、366Hzと振幅を求めています。(re:実数部、im:虚数部)



4.5.1 システムに実装(テキスト4抜粋)

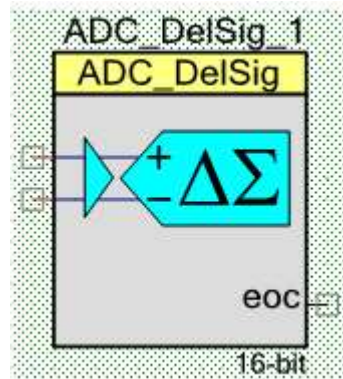
1. サンプル数は、 2^n ($n = 1, 2, \dots$) にすること(後のFFT用)
2. チップ内部に発振器を作る(いったんピンに出力する)
3. 入力ピンからデータを読み込むAD変換器を作る
4. DFTを計算して表示する

備考: システムのアーキテクチャ図を描くこと、設計に入る前に、発振周波数、サンプル数、サンプル・レートを計算してみる。ひとつひとつのブロックをくみ上げ、動作検証して、これらをまとめあげていく。時間の余裕がある人は、PCとの通信を作ったり、2次のDFTを作ったり、FFTを実装してよい。

ユニークなアイデアがあれば実装してみよう。

入力信号の”音程”だけを自由に可変する装置はどうしたら作れるだろうか。”早送り”しても音程が変わらない。時短ビデオの音声部など。フーリエ変換に弱点はあるか。その解決は。

4.5.2 ADC_DelSigのスペック



PSoC3/5のコンポーネント・カタログにあるADC_DelSigは、量子化ビットが、8から20bit (デバイスによる差異あり)

サンプルレートは、10spsから最大384Kspsです。

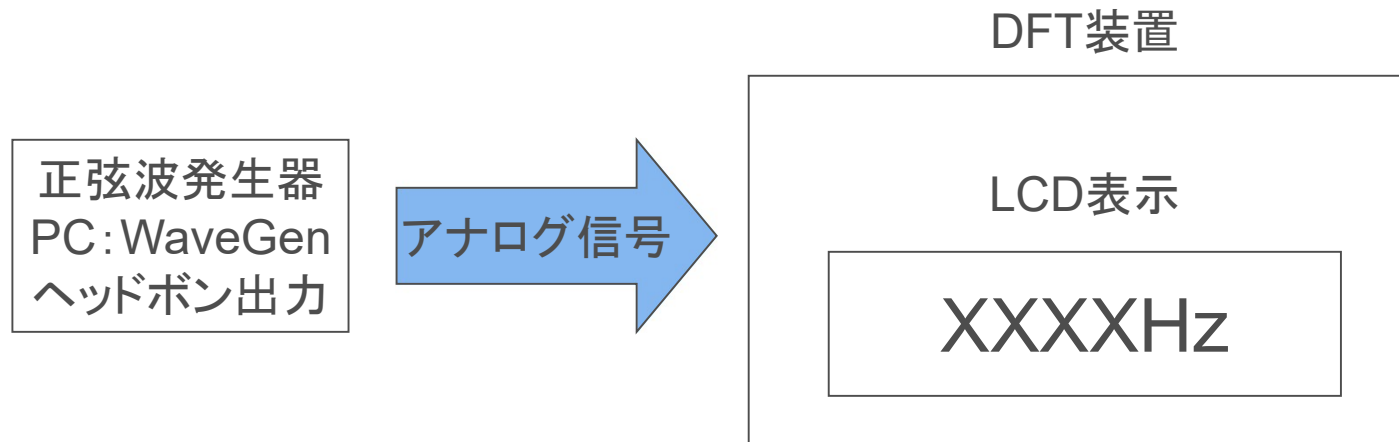
人間の可聴周波数帯を、20Hzから20KHzとして、デジタル・オーディオCDの規格は、サンプリング周波数を44.1KHz(約22μsec)量子化ビットを16ビットとしています。

自由課題: この帯域のDFTをADC_DelSigと演算部で設計すると、どうなるかを考察し、アーキテクチャ提案してください。

$sps = \text{Sample/Sec}$

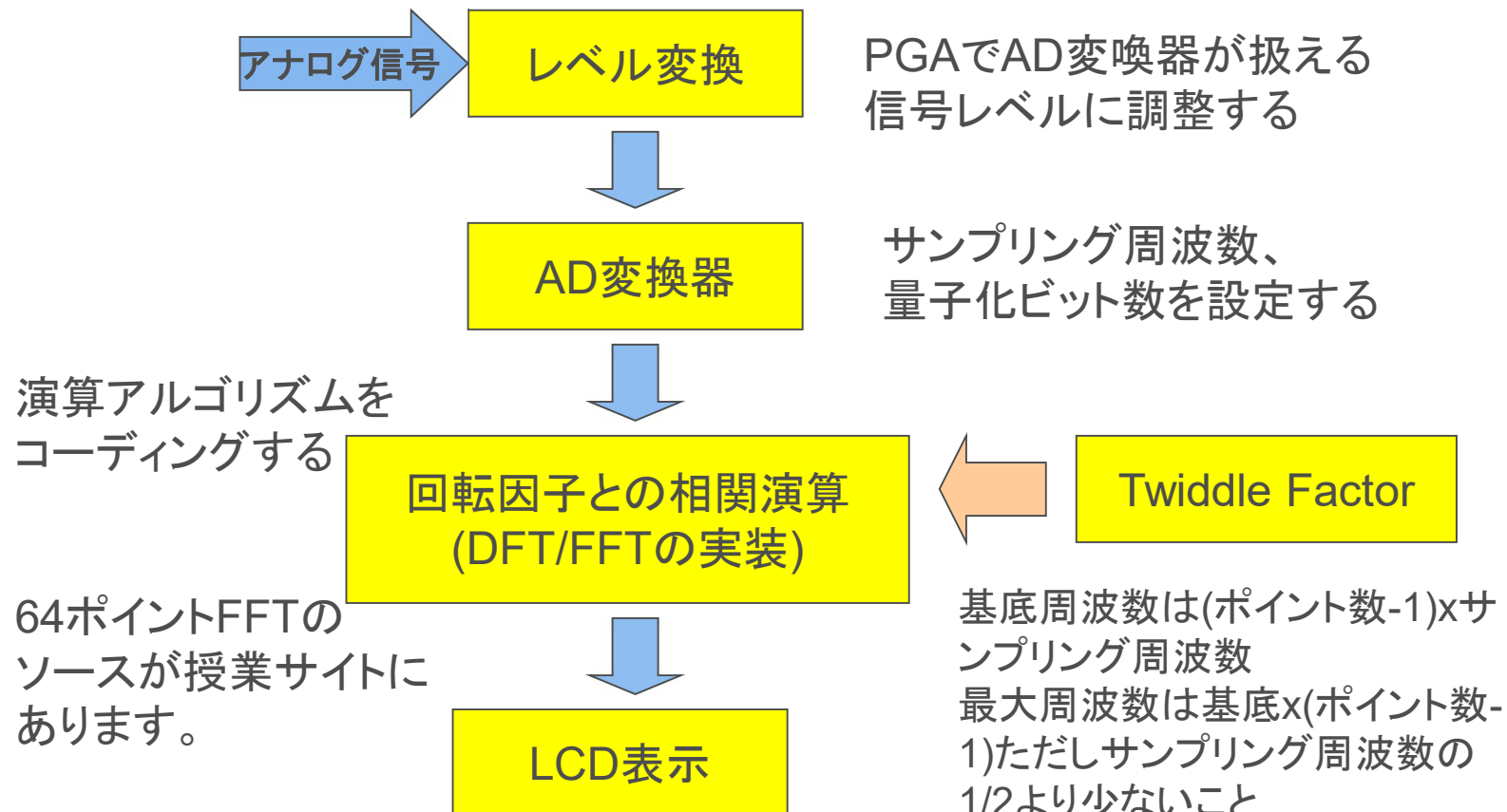
4.5.3 実装課題例:DFT装置

PCからの音響信号に含まれる基底信号
周波数をLCDに表示する装置を考案する

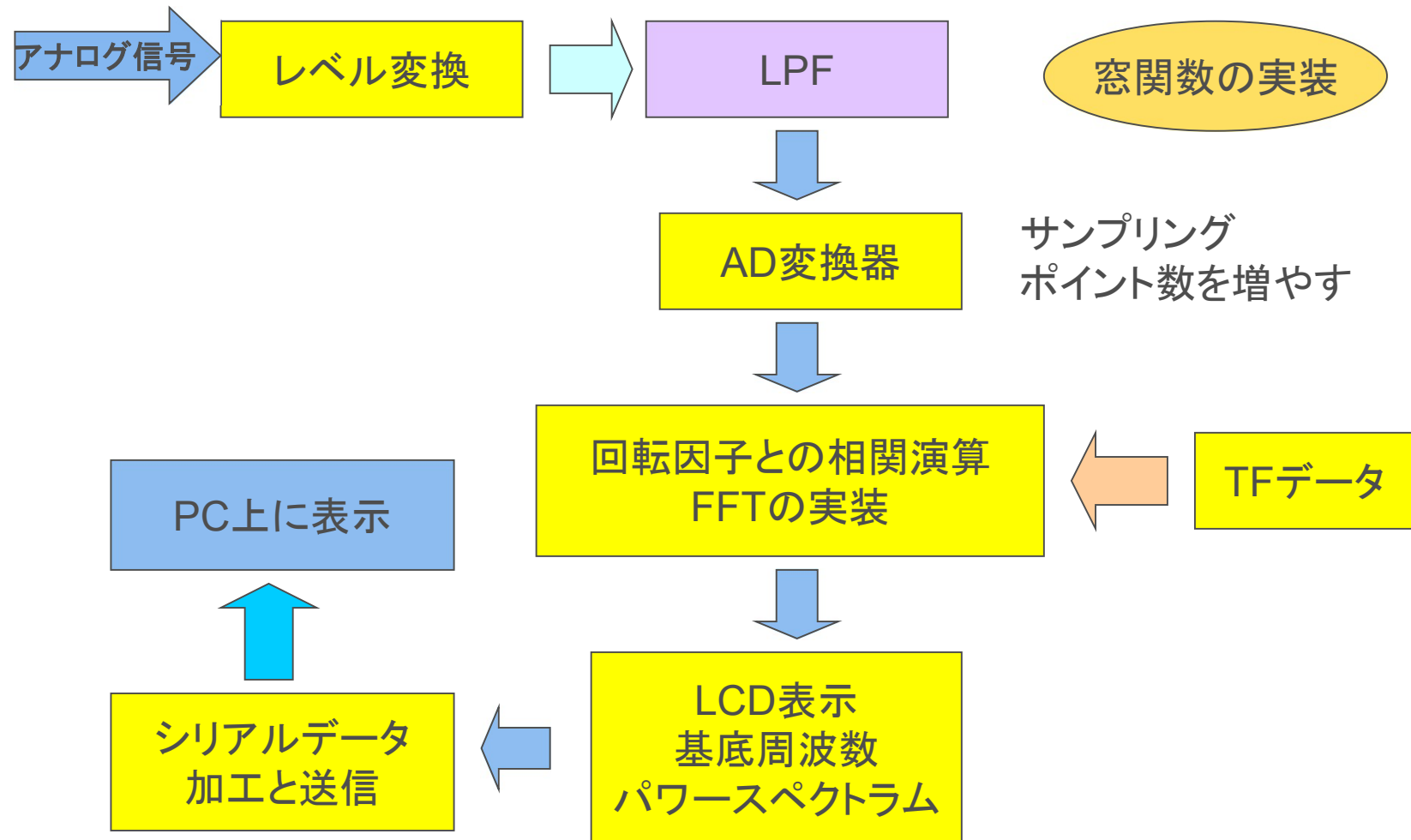


事前にサイン波発生装置を実装し、このサイン波をDFTしてその周波数をLCDに表示する装置を製作してみる,振幅を基底周波数の整数倍のバーグラフで表示する。

4.5.4 DFT装置の基本アーキテクチャ



4.5.6 拡張のアイデア



4.6.1 Twiddle Factorの値の再考(テキスト4抜粋)

W^n はガウス平面上を右回りに回転している。

$$W^8 = W^0,$$

$$W^{10} = W^2 \dots etc$$

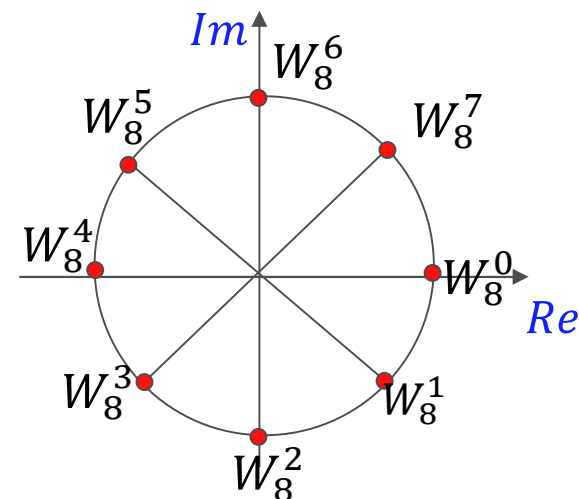
mod (剰余)をとって乗数にすればよいことになります。

$N = 8$ ですと8で割った余りです。複素指数関数値

0のまま
1つとび
2つとび
3つとび
4つとび
5つとび
6つとび
7つとび

W^0	W^0	W^0	W^0	W^0	W^0	W^0	W^0
W^0	W^1	W^2	W^3	W^4	W^5	W^6	W^7
W^0	W^2	W^4	W^6	W^8	W^{10}	W^{12}	W^{14}
W^0	W^3	W^6	W^9	W^{12}	W^{15}	W^{18}	W^{21}
W^0	W^4	W^8	W^{12}	W^{16}	W^{20}	W^{24}	W^{28}
W^0	W^5	W^{10}	W^{15}	W^{20}	W^{25}	W^{30}	W^{35}
W^0	W^6	W^{12}	W^{18}	W^{24}	W^{30}	W^{36}	W^{42}
W^0	W^7	W^{14}	W^{21}	W^{28}	W^{35}	W^{42}	W^{49}

$W^0 := W_8^0$ の略, W_8 は8乗根



$$e^{-j2\pi \frac{1}{M} kn}$$

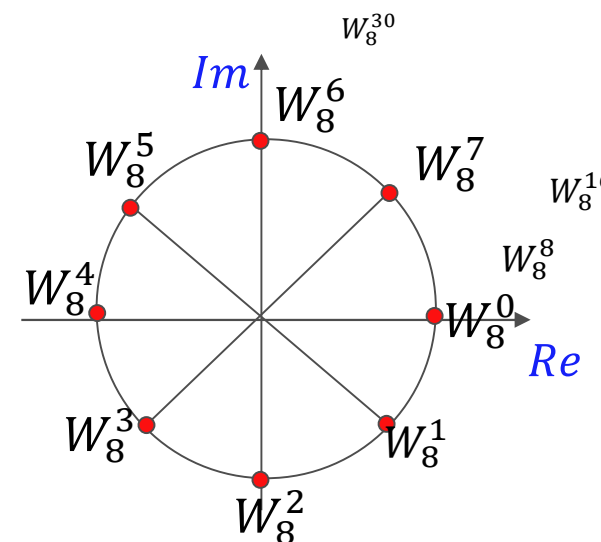
4.6.2 Twiddle Factorの値の置き換え(テキスト4抜粋)

ω は1の冪根ですから、その N 乗値は、
 ガウス平面上を単位角 $\left(\frac{2\pi}{N}\right)$ ずつ右に回転します。
 n 乗は単位角の n 倍になります。

複素指数関数値

W^0	W^0	W^0	W^0	W^0	W^0	W^0	W^0
W^0	W^1	W^2	W^3	W^4	W^5	W^6	W^7
W^0	W^2	W^4	W^6	W^0	W^2	W^4	W^6
W^0	W^3	W^6	W^1	W^4	W^7	W^2	W^5
W^0	W^4	W^0	W^4	W^0	W^4	W^0	W^4
W^0	W^5	W^2	W^7	W^4	W^1	W^6	W^3
W^0	W^6	W^4	W^2	W^0	W^6	W^4	W^2
W^0	W^7	W^6	W^5	W^4	W^3	W^2	W^1

$W^0 := W_8^0$ の略, W_8 は8乗根



$$e^{-j2\pi\frac{1}{M}kn}$$

4.7.1 DFTとIDFTの変換対

離散フーリエ変換(*DiscreteFourieTransform*)

$$D(k) = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} (h(n)e^{-j2\pi\frac{1}{M}kn}) \dots (18)$$

考察471.1

逆(*Inverse*)離散フーリエ変換

$$h(n) = \sum_{k=0}^{M-1} (D(k)e^{j2\pi\frac{1}{M}kn}) \dots (19)$$

18式と19式の相違点を
考察してください。
(ヒント2.8.3, 2.8.4)

TFで表すと

DFTは $D(k)$

$$= \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} (h(n)W_M^n) \dots (20)$$

考察471.2

18式と20式の相違点を
考察してください。

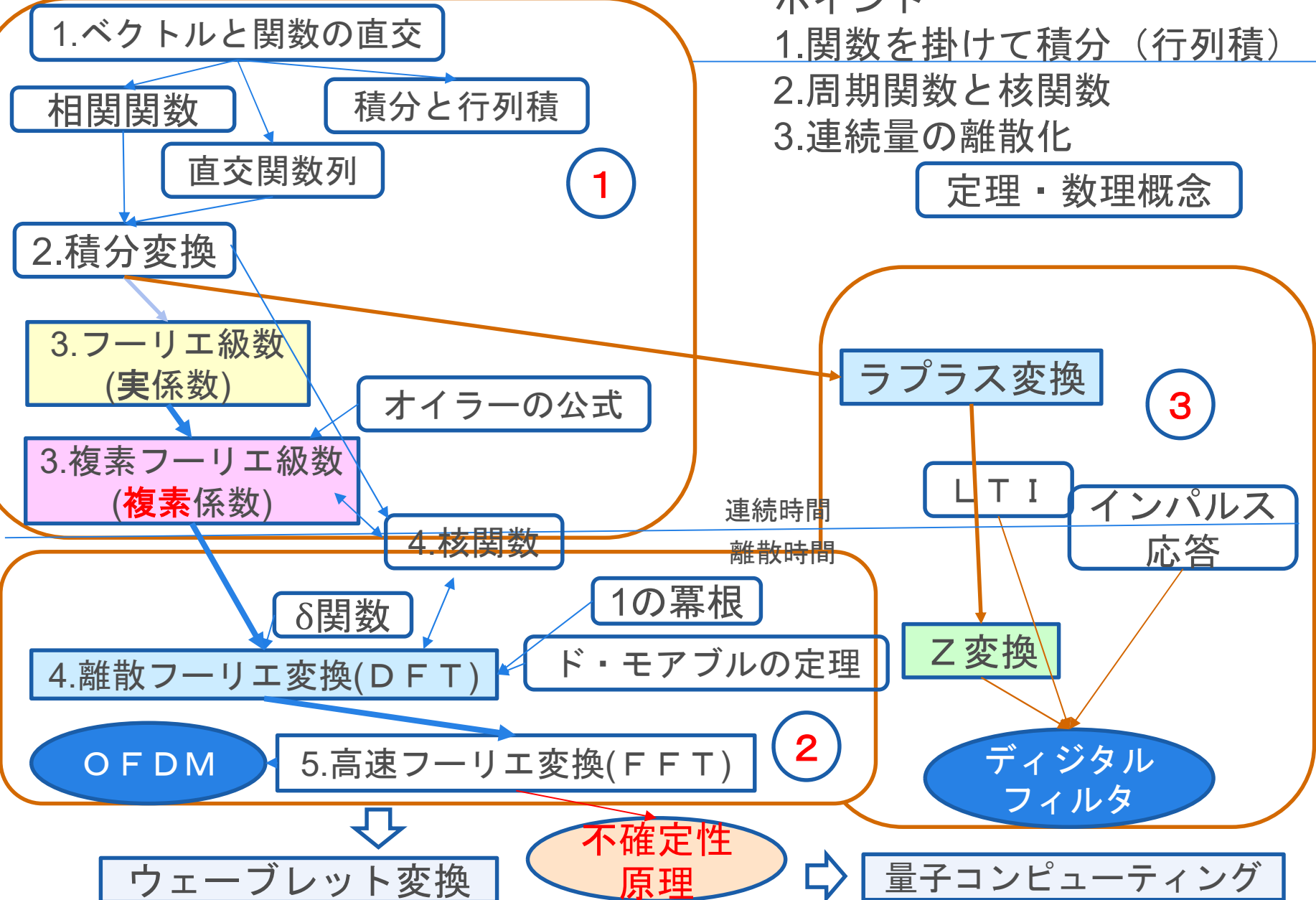
$$IDFTは $h(n) = \sum_{k=0}^{M-1} (D(k)W_M^{-n}) \dots (21)$$$

講義の流れ(現在位置の確認)

ポイント

- 1.関数を掛けて積分（行列積）
- 2.周期関数と核関数
- 3.連続量の離散化

定理・数理概念



Memo

フォローアップURL (Revised)

<http://mikami.a.la9.jp/meiji/MEIJI.htm>

担当講師

三上廉司(みかみれんじ)

Renji_Mikami(at_mark)nifty.com

mikami(at_mark)meiji.ac.jp (Alternative)

http://mikami.a.la9.jp/_edu.htm

